

1973 g.1

L. 2.4 72

1973

g.1

6002

ANALISIS ECONOMETRICO DE DISTRIBUCION DE INGRESOS

Elaborado bajo la dirección de
POLIBIO CORDOVA
Experto de Naciones Unidas,
Oficina de Cooperación Técnica,
asignado al DANE (*).



Departamento Administrativo Nacional de Estadística

información para el desarrollo

(*) Las opiniones vertidas en el presente trabajo son de exclusiva responsabilidad del autor y no necesariamente pueden ser compartidas por las Naciones Unidas.

RECONOCIMIENTO

El presente trabajo ha sido posible llevarlo a efecto gracias al ambiente propicio que brinda el Departamento Administrativo Nacional de Estadística para la investigación y el análisis de la información. Por otra parte, las facilidades actualmente disponibles en el DANE para diversos tipos de cálculos a través de su sistema de computación son amplias, como también es altamente capaz el cuerpo técnico integrado por sus funcionarios. En otras circunstancias, habría sido difícil la publicación de este trabajo. Por ello mis reconocimientos al DANE en general. En especial, deseo expresar mis agradecimientos, por una parte, al Dr. Alvaro Velásquez Cock, Jefe del Departamento, por propiciar la publicación del trabajo, que aparece en su segunda edición, y, por otra, a los Estadísticos Jairo Arias y Hernando González y a la Economista Sonia de Sin de la División de Muestreo y Proyectos Específicos, y al Ingeniero Augusto Hernández de la Dirección de Procesamiento, por su amplia colaboración y excelente desempeño durante el desarrollo del estudio.

P.C.

PROLOGO

Los trabajos de estudio sobre la Distribución del Ingreso en Colombia son relativamente recientes. En ellos se han reflejado, en forma creciente, los avances de la técnica estadística y la mejora obtenida en los datos que se utilizan.

En el campo de la técnica estadística, la introducción de las Encuestas de Hogares en Colombia ha modificado sustancialmente la amplitud y oportunidad de la información. Para ello han sido factores significativos la importancia que el DANE ha concedido a este sistema de Encuesta de Hogares y la decisiva colaboración que el país ha obtenido a través del Asesor Polibio Córdova. Los datos e información logrados y los que se obtendrán, serán fundamentales para el conocimiento de la realidad socioeconómica de Colombia. Una de las primeras contribuciones, con base en la información de la primera encuesta de hogares, ha sido realizada por el mismo Dr. Córdova. Su aporte ha sido el de estimar la distribución de ingresos en Colombia y presentarla simultáneamente con sus trabajos elaborados sobre este mismo aspecto en el Ecuador.

En el caso de Colombia se utilizan los datos obtenidos en 1970 por la primera Encuesta de Hogares. Para medir la distribución de ingresos ajusta dos distribuciones: la de Pareto y la Logarítmico-Normal. El ajuste hecho para la distribución de Pareto permite realizar las transformaciones necesarias para obtener la distribución de Lorenz y la función Gini.

El ajuste de la distribución de Pareto fue obtenida por el sistema de mínimos cuadrados. El resultado es sorprendentemente aceptable, aunque para algunas variables específicas (debidamente anotadas) se encuentran problemas que obedecen a fenómenos relacionados con la dimensión de la muestra y la dificultad de obtener datos confiables para los extremos de los ingresos. Esto ocasiona, en el caso del extremo inferior, dificultades que obligan a escoger entre dos alternativas (lo cual diferencia el ajuste de Colombia y Ecuador en lo que se refiere a la distribución de Pareto).

La más interesante contribución, por la naturaleza de los problemas que envuelve, es la discusión y ajuste de la distribución Logarítmico-Normal. La discusión ilustra como, dada la asimetría de la Distribución de Ingresos, es inapropiado ajustar la Distribución Normal. Realizado, entonces, el ajuste de la Distribución Log-Normal, aparece sin embargo el sesgo creado por la presencia de altos ingresos que afecta la bondad del ajuste. A pesar de esto el cálculo, en términos de diferencias porcentuales entre valores ajustados y observados, es muy aceptable. En un trabajo como el presente las discrepancias de ajuste pueden aparecer a veces anormales desde un punto de vista de criterios estadísticos rigurosos, sin embargo, los resultados, desde un punto de vista menos exigente, dadas las limitaciones cualitativas y cuantitativas de la información, son inmensamente valiosos.

Para el Ecuador se utilizan los datos de la Encuesta de Hogares (área urbana) realizada en 1968. Al ejecutar el ajuste de la distribución de Pareto se utiliza, para solucionar el problema creado por la definición de un ingreso mínimo, el método de los cuartiles. Es esta la mayor diferencia metodológica entre los ajustes hechos para los casos de Colombia y Ecuador.

Al establecer una comparación entre sí, de los ajustes de la distribución de Pareto y Log-Normal, se encuentra que los promedios difieren en 15.80/o y 0.620/o para hombres y mujeres, respectivamente, siendo mayor el promedio de la distribución de Pareto para hombres y menor de Pareto para mujeres. Estos resultados son bastantes satisfactorios para los ajustes obtenidos.

Como resultado de las Encuestas de Hogares se abren perspectivas amplias para estudios diferentes. Uno de los primeros se refiere al análisis de las fuentes de ingreso; esto es, qué proporción del ingreso proviene de la riqueza financiera y qué parte proviene de la humana. Es indiscutible que el ingreso se genera en una o en ambas formas de riqueza y que a medida que crece cada una de ellas es de esperar aumentos en el ingreso, suponiendo que las otras variables permaneciesen constantes. Es importante analizar cómo varían los rendimientos de ambas formas de riqueza a través del tiempo, lo cual requiere series históricas. Si se hace un estudio de los resultados obtenidos por el Dr. Córdova se obtiene una confirmación del rendimiento obtenido por el "capital humano" a medida que éste mejora mediante la educación, el entrenamiento y la experiencia. Merced a investigaciones posteriores será posible estudiar en el curso del tiempo, las variables analizadas en esta oportunidad con los resultados de la primera encuesta. (1)

Concorde con lo anterior, es importante analizar cuál ha sido, o puede ser, la relación entre Distribución y Desarrollo Económico. Se anota frecuentemente que el crecimiento económico (referido como aumento en el producto o ingreso nacional) es afectado por la concentración del ingreso. No hay evidencias que indiquen que, para obtener un mayor crecimiento del Producto Nacional, sea requisito afectar la distribución del ingreso ya concentrándolo ya distribuyéndolo.

En el caso colombiano parece haber sucedido un proceso de concentración de la riqueza financiera, a la vez que un moderado crecimiento económico. Sin embargo, y como es necesario en muchos países en desarrollo, será de gran importancia estudiar con detalle el fenómeno de la distribución de ingreso a través del tiempo y relacionarlo con el crecimiento económico y el bienestar social.

La gran contribución del presente trabajo es la de abrir un campo de estudio que, hecho con rigor estadístico-matemático como lo ha efectuado el Dr. Córdova, debe continuarse, si se quiere aprovechar todo el esfuerzo institucional e individual ya realizado. Este hecho, y en razón de la amplia aceptación que ha tenido entre los interesados en la materia el estudio, ha llevado al Departamento Nacional de Estadística a efectuar esta segunda edición, revisada y ampliada en varios capítulos de

(1) Con posterioridad a la primera encuesta que utilizó el Dr. Córdova se han realizado cuatro encuestas más, dos de las cuales se refieren a Ingresos y Gastos.

interés. En especial, se hace mención a la inclusión de temas tales como el análisis de fuentes de información sobre distribución de ingresos y estudios similares efectuados sobre esta materia; la importancia de utilizar métodos econométricos en este tipo de estudios; un análisis comparativo de los resultados obtenidos a través de los ajustes de Pareto y log-normal, y un examen a diversas políticas que podrían seguirse para corregir la desigual distribución de los ingresos. Además, la Introducción ha sido ampliada con un resumen del contenido del estudio por capítulos que sirve de una guía útil para la lectura del trabajo.

ALVARO VELASQUEZ COCK

Jefe del Departamento Administrativo
Nacional de Estadística

INTRODUCCION Y SINTESIS DEL CONTENIDO

La distribución de ingresos puede analizarse desde diversos ángulos. Puede hacerse un análisis teórico respecto a la conformación ideal de la distribución y las consecuencias que se derivan de una desigual estructura de los ingresos; puede también ser un recuento de la situación prevaleciente en una sociedad referente a los ingresos, etc. En esta oportunidad se presenta, en la *primera parte*, un análisis para Colombia y Ecuador basado en la conformación de funciones matemáticas que obedecen a una teoría económica establecida en materia de distribución de ingresos.

Específicamente, se ha partido de varias hipótesis teóricas, con el auxilio de las matemáticas, que permiten la expresión de la teoría en forma numérica, y de la estadística que, mediante la investigación, proporciona los datos necesarios para la estructuración de funciones y, a través de los métodos estadístico-matemáticos hace posible la evaluación de los resultados. Se han calculado diversas funciones, comparables a modelos econométricos, que tienen interrelación entre ellas. Esto, porque, partiendo de la hipótesis del economista Wilfrid Pareto sobre la relación existente entre los ingresos y el número de perceptores enunciados en su libro "Course de'économie politique" que, a pesar de haber sido publicado en 1896, no ha perdido actualidad, se deducen otros modelos que permiten un análisis estructural complementario de la distribución de ingresos y, a la vez, hacen posible la estimación de valores adicionales de importancia en esta materia.

En la *segunda parte* se hace un análisis comparativo de la situación prevaleciente respecto a ingresos en varios países del mundo (46 en total) para los cuales fue posible obtener información relevante sobre la materia. Además, en esta segunda parte se hace mención a varias medidas que podrían utilizarse para corregir la mala distribución de los ingresos.

Débase indicar que los métodos matemáticos enunciados a lo largo del texto no revisten mayor complicación y pueden ser comprendidos por cualquier persona con conocimientos elementales de matemáticas. Sin embargo, para facilitar el estudio, se sugiere, a quienes no tengan inclinación por esta materia o tengan poco interés en la parte matemática, centrar su atención en la descripción de las funciones y, de inmediato, en la presentación de los resultados prácticos. En esas secciones será posible comprender sin dificultad las aplicaciones de los modelos y los resultados obtenidos de las investigaciones, que es lo más importante del trabajo. Desde luego, para quienes tengan interés en el desarrollo matemático de los modelos, a más de la revisión total de los capítulos, se sugiere analizar el apéndice No. 2 en el cual se presenta una demostración matemática de las principales fórmulas y funciones empleadas en el texto.

Se resume a continuación el contenido.

I. PRIMERA PARTE:

1. En el *capítulo primero* se hace una evaluación de las diversas fuentes que pueden proveer información relevante para este tipo de estudios. Se presenta, además, un resumen de los trabajos anteriores elaborados en Colombia y Ecuador sobre la materia. Se describen algunas pautas importantes respecto a los métodos utilizados en las investigaciones que sirven de base para el análisis, y se enuncia varios conceptos que es importante tenerlos en cuenta para la interpretación de los resultados.
2. En el *segundo capítulo* se explica la conveniencia y facilidad de utilizar funciones de tipo matemático para análisis de esta naturaleza. Se describe el papel de la econometría como instrumento útil y moderno para estos estudios y su relación con materias tales como la teoría económica, la matemática y la estadística.
3. El *tercer capítulo* describe la función de Pareto, su concepción económica, los métodos utilizados para el ajuste de la función, incluyendo las dificultades que se presentan para la estimación y la forma de calcular los errores del ajuste y, finalmente, se describen las propiedades de la función que permiten estimar valores tales como ingresos promedios, e inclusive distribuciones de ingreso para el país por áreas, actividades, niveles de ocupación etc., según la disponibilidad de datos. Este análisis se complementa con la presentación de gráficos de las funciones calculadas, lo que es de esperar hará más fácil la interpretación de los resultados.

Parece importante pormenorizar algunos resultados que constan en este capítulo:

Para el caso colombiano se tiene que el ingreso promedio del país, a un nivel de confianza del 95o/o, se encuentra entre \$657,70 y \$1.068,60 mensuales. En el caso ecuatoriano, a igual nivel de confianza, el ingreso promedio del área urbana está entre \$750,36 y \$1.412,85 sucres mensuales.

En Colombia, el 79.88o/o de la población tiene ingresos menores o iguales a \$750.00 pesos mensuales captando apenas el 39.62o/o del ingreso total. En el Ecuador, el 90.44o/o recibe ingresos menores o iguales a \$700.00 sucres mensuales, totalizando el 28.27o/o del ingreso total del área urbana.

Las tablas del capítulo tercero contienen los parámetros básicos para hacer diversas estimaciones de ingresos para los dos países, por áreas, sexos, regiones, ocupaciones, actividades, niveles educacionales, etc. En el texto se indica únicamente un ejemplo de todas las estimaciones que es posible hacer con la información provista, incluyendo coeficientes tales como los de correlación, errores estándar, etc. que permiten evaluar la validez de los resultados y calcular límites de confianza para las estimaciones.

4. En el *cuarto capítulo* se describe la distribución de Lorenz, como una función derivada del modelo de Pareto. Esta función da lugar a la curva de Lorenz, tan

conocida en el análisis de distribución de ingresos. La interpretación gráfica de la función es realmente simple. Se ha incluido su descripción matemática para identificar el origen de la curva y la razón de su textura. Las propiedades de la función son amplias puesto que permite estimar, con base en pocos datos, ingresos promedios, ingresos por perceptor según nivel de ingresos, e inclusive distribuciones totales para un país por áreas, por actividades, ocupaciones, etc. Este hecho facilita para que, en casos en los cuales no sea posible efectuar investigaciones completas sobre la materia, se estimen distribuciones de ingreso y más valores mediante la utilización de funciones como éstas.

5. En el *quinto capítulo* se incluye otra función que se desprende del modelo de Pareto que es la función de Gini. La aplicación más inmediata y más utilizada es la referente a la estimación del coeficiente de concentración de ingresos. Este coeficiente, que tiene relación directa con la curva de Lorenz, tiene valores entre 0 y 1. Mientras se acerca a 0, la concentración de ingresos tiende a nulitarse, o sea que se acerca a la igualdad total en la distribución; y en tanto se aproxime a 1, la concentración es mayor o sea que la distribución de ingresos tiende a los máximos caracteres de desigualdad.

El capítulo contiene, además, gráficos de las funciones estimadas de Gini para Colombia y Ecuador, que facilitan la comprensión de los resultados obtenidos.

6. En el *sexto capítulo* se describe un método gráfico de mucha utilización en el análisis de la distribución de ingresos por cuanto, sin recurrir a la interpretación matemática de las funciones estimadas ni de sus resultados, permite observar la situación prevaleciente de la distribución de ingresos mediante un análisis sencillo de los gráficos semilogarítmicos. La explicación de cómo hacerlo consta en el texto.
7. En el *séptimo capítulo* se define un modelo diferente de análisis a los utilizados en los capítulos anteriores y que tienen relación directa con la función de Pareto. Este nuevo modelo es el referente a la distribución logarítmico normal. Este ajuste se hace debido a que parece inapropiado utilizar una distribución normal debido a la asimetría existente en la distribución de ingresos, la cual inclusive en el ajuste log-normal determina el apreciamiento de algunos sesgos. Se presentan pruebas de asimetría y curtosis que justifican la utilización de este tipo de distribución, así como pruebas para cuantificar el grado bueno o deficiente del ajuste de los parámetros considerados en la distribución. Una vez determinados estos parámetros y verificada la bondad del ajuste, se hacen varias aplicaciones del modelo que incluyen la estimación de ingresos promedios y de varias distribuciones de ingreso. Tanto para Colombia como para Ecuador se presentan tablas que contienen los valores de los parámetros necesarios para elaborar una diversidad de estimaciones, siguiendo la metodología descrita en el texto, y con referencia a todo el país, por áreas, sexos, regiones, actividades, niveles de educación, ocupaciones, etc. Inclusive se presentan para cada caso, las desviaciones estándar de los parámetros que facilitará la definición de límites de confianza para las estimaciones que deseen hacerse.

Entre los resultados que se mencionan en este capítulo pueden citarse los siguientes: En Colombia, la proporción de personas con un ingreso igual o menor a \$800.00 mensuales es del 44.04o/o, equivalente en términos absolutos a 5.766.800 personas. En el Ecuador (área urbana), se estima que el 30.50o/o de personas ocupadas recibe un ingreso de S/.500 mensuales o menos, y en términos absolutos, se tiene que aproximadamente 176.000 personas reciben ingresos entre 500 y 1.000 sucres mensuales.

8. El *octavo capítulo* no es sino una comparación de los modelos de Pareto y log-normal. Se relacionan los resultados de las dos distribuciones para ver si existe correlación entre las dos clases de estimaciones. Como puede verse en el capítulo, se encuentra una alta correlación entre estos dos tipos de distribuciones, lo cual acentúa la conveniencia de su uso. Se presenta, además, un modelo (Theil) para buscar el origen de los errores posibles de cada uno de los parámetros estimados.

II. SEGUNDA PARTE:

1. En el *primer capítulo* se presenta información sobre distribución de ingresos y otras características para 46 países. Con el objeto de hacer posible un análisis comparativo entre países desde el punto de vista de características similares respecto a su desarrollo económico, se ha clasificado en primer lugar a estos países en tres grupos, según ciertas variables que determinan la presencia de un país en uno de los grupos (A, B ó C). Estas variables son: a) Ingreso anual per cápita; b) Tasa de crecimiento anual de la población; c) Tasa de crecimiento anual del Producto Interno Bruto, y d) Participación de la agricultura en el total de la producción. Para estos países se han calculado coeficientes de concentración de ingresos (Gini) y se han representado gráficamente en forma de "Barómetros que miden la distribución de ingresos, por grupos de países". En este mismo capítulo se han agrupado los países por localización geográfica para hacer posible el análisis comparativo de distribución de ingresos por continentes. Se presentan tablas con información respecto a coeficientes de concentración, y sobre las variables que sirvieron para la conformación de los grupos de países. Finalmente, se ha elaborado un gráfico de Lorenz para algunos países latinoamericanos que permite apreciar más fácilmente la situación real de nuestras naciones en cuanto a concentración de ingresos.
2. En el *segundo capítulo* se analizan varias políticas que podrían ponerse en práctica en un país, para tratar de corregir la mala distribución de los ingresos. Se expresan medidas tales como reforma tributaria y fiscal; reforma agraria; políticas de tipo educativo; mayor participación de los trabajadores en los ingresos provenientes del capital; medidas de tipo monetario para controlar las imperfecciones del mercado, etc.

APENDICES

1. En el *apéndice No. 1* se hace un resumen de un estudio anterior del autor y colaboradores sobre Distribución de Ingresos en Colombia, el cual fue publicado por el DANE en el Boletín No. 237 de Abril de 1971. Se presentan distribuciones de ingreso para el país; por áreas y regiones; por sexos; por actividad; ocupación; posición ocupacional y nivel de educación, además de un resumen de las conclusiones a las que se llegó en el análisis.
2. En el *apéndice No. 2* se presenta una demostración matemática de las principales fórmulas y funciones utilizadas en la primera parte del trabajo.

Finalmente se indican las referencias y bibliografía consultada para el análisis, incluyendo las fuentes de información de las cuales se tomaron los datos de los diversos países incluidos en este estudio.

PRIMERA PARTE

CAPITULO I

FUENTES DE INFORMACION Y TRABAJOS ANTERIORES SOBRE DISTRIBUCION DE INGRESOS

1. INTRODUCCION

Cada vez que los países se preocupan por elaborar sus planes de desarrollo a uno de los aspectos al que se presta gran atención es la distribución de los ingresos. Es bastante aceptado en la actualidad el principio de que el desarrollo de un país depende en buena parte de una más equitativa distribución de los ingresos. Se sabe que existe en las sociedades de economías subdesarrolladas una concentración de la riqueza y de los ingresos en pocas manos; siempre se habla de este problema prevaleciente en estos países, sin embargo, no existe una cuantificación de esa desigualdad. No se conoce a ciencia cierta dónde se localizan esos ingresos y sus magnitudes. Hay una general tendencia para solucionar o enfrentar la desigual distribución de ingresos, pero no se cuenta con diagnósticos precisos de la inequidad. De ahí entonces, la necesidad de estudios de esta naturaleza.

2. LAS FUENTES DE INFORMACION

Existen varias formas de conducir esta investigación, según las características de las fuentes principales de información básica sobre los ingresos personales. Estas fuentes son, entre otras, las siguientes:

- 1) Las estadísticas fiscales, específicamente las declaraciones del impuesto a la renta.
- 2) Las encuestas de hogares por muestreo; y,
- 3) Los censos de población.

La primera de las citadas puede constituir una fuente importante porque contiene la variable específica de análisis por unidad perceptora de ingresos, con ampliación a todas las personas que de ella dependen. Como tal, ha sido empleada en varios estudios. No obstante, en la práctica se encuentra que no llena los requisitos óptimos para un estudio de distribución de ingresos, entre otras razones por las siguientes: a) La población de análisis se limita únicamente a los perceptores que efectúan su declaración de ingresos; b) la información dista mucho de ser veraz por cuanto, al depender de ella el monto de los impuestos que debe pagar el declarante, este no registra los ingresos verdaderos (evasión fiscal); c) los formularios empleados para la declaración no contienen varios datos o ellos son insuficientes para el análisis de tipo socio-económico; tales los casos de las características demográficas, aspectos educativos, sobre actividades económicas y posiciones o niveles ocupacionales, etc. d) el tratamiento es diferente para las declaraciones sobre la renta en los diversos países, lo

cual imposibilita comparaciones internacionales sobre la materia; y, e) hay dificultad de hacer ajustes en la información respecto a ingresos no monetarios y en general transferencias, por falta de información para estimarlas.

Las encuestas de hogares por muestreo constituyen una herramienta valiosa para estudios de distribución de ingresos. Con este convencimiento vienen aplicándose cada día más en los países. Las ventajas de utilizar este sistema de investigación pueden ser: a) Las encuestas sirven como fuentes de variada información, la que por ser útil para diversos objetivos determina una baja considerable de costos por estudio. b) La amplia gama de información que proporcionan permite efectuar estudios cruzados de diversa índole y sobre variables y tópicos interrelacionados que dan lugar a análisis socio-económicos más eficientes. c) Estas encuestas hacen posible, a bajo costo y en tiempos reducidos, el análisis de problemas concretos difícilmente captables por otros medios.

Desde luego, en materia de ingresos, subsisten varios inconvenientes que no pueden ser vencidos en estas encuestas. Tales son los casos de informaciones imprecisas, subestimación de ingresos, sobrestimación de consumos, falta de respuesta, etc. todo esto, además de los errores que de por si determinan las encuestas por muestreo, aunque estos bien pueden reducirse con el empleo de métodos científicos de muestreo.

Los errores enunciados pueden también evitarse o corregirse con estudios más amplios de aquellos grupos de individuos que de antemano se conoce presentan más dificultades para ser investigados; tal es el caso de los perceptores de ingresos del capital, del trabajo independiente y, en general, aquellos localizados en los extremos de la escala de percepciones: altos ingresos sobre todo.

Respecto a los censos de población, como una tercera fuente de información estos serían importantes debido a la precisión que se lograría en los datos al comprender estos a todos los individuos de un país, sobre los cuales se dispone además, de variada información de tipo demográfico. Sin embargo, esta importancia es relativa por cuanto esta información es de escasa y difícil captación mediante un censo porque el ingreso es un tema difícil de investigar y que en este caso se complica porque no es posible incluir en el cuestionario censal muchos aspectos necesarios. Los procedimientos censales modernos combinan la investigación censal con el muestreo, incluyendo en este último temas amplios sobre presupuestos familiares por ejemplo, que permiten realizar análisis de distribución de ingresos.

Desde luego, hay otras fuentes de datos que bien pueden utilizarse. Por ejemplo los registros de los seguros sociales, censos económicos, encuestas industriales, encuestas demográficas que incluyen información de ingresos, etc.

Finalmente, una buena política es combinar diferentes fuentes de información para, mediante su análisis comparativo, lograr una complementación de los datos requeridos para el estudio de los ingresos.

3. FUENTES DE INFORMACION DEL PRESENTE TRABAJO

En este estudio se utilizan, para el caso de Colombia, los resultados provenientes de la Primera Encuesta Nacional de Hogares efectuada por el DANE en julio de 1970, a nivel nacional.

La Encuesta de Hogares se realizó con una muestra de cobertura nacional de tipo estratificado, con un sistema de selección de probabilidad controlada. Su tamaño es de aproximadamente 10.000 hogares. El universo de la investigación está constituido por 716 unidades primarias de muestreo equivalentes a un municipio, parte de él, o la combinación de municipios pertenecientes a los 22 departamentos del país, incluyendo las áreas urbana y rural. La encuesta considerada en el presente análisis tuvo como objetivos especiales el estudio de la estructura del hogar, las condiciones de la vivienda y las características de la fuerza de trabajo, con inclusión, en esta parte, de preguntas referentes a los ingresos monetarios y no monetarios de la población económicamente activa.

Los datos para el Ecuador provienen también de una encuesta de hogares por muestreo efectuada por la División de Estadística de la Junta Nacional de Planificación en el área urbana del país, en 1968. El método de muestreo utilizado fue un sistema de selección probabilístico de tipo estratificado, multietápico. El tamaño de muestra fue de 3.000 hogares localizados en el área urbana del país con tres dominios de estudio formados por Quito y Guayaquil; ciudades con 30.000 o más habitantes, y el resto de áreas urbanas. En cada dominio se realizó la selección de las unidades de muestreo en forma independiente. Para ciudades grandes con población muy heterogénea, se empleó muestreo o estratificado. El objetivo básico de la encuesta fue el análisis de la fuerza de trabajo, incluyendo los ingresos totales percibidos por ésta; además, también se investigaron características demográficas y condiciones de vivienda.

EXPLICACION DE ALGUNOS CONCEPTOS

En el presente trabajo, el ingreso hace referencia a todo tipo de percepciones, es decir ingresos monetarios y no monetarios, recibidos por concepto del trabajo asalariado, del trabajo independiente, como remuneración al capital y otros tipos de ingresos tales como pensiones de retiro, ayudas en dinero, etc.

Es conveniente aclarar que los ingresos declarados por las personas tienen un mes como período de referencia y son ingresos personales percibidos antes del pago de impuestos.

Para interpretar correctamente los resultados es necesario anteponer que el concepto de fuerza de trabajo empleado al elaborar las diferentes distribuciones de ingreso de este estudio excluye al grupo de aspirantes, lo mismo que a las personas que no informaron sobre ingresos. Por esta razón, al interpretarse los resultados, y al hacer comparaciones con otros estudios similares, debe tenerse en cuenta que la población económicamente activa, objeto del análisis, no ha incluido a aquellas personas que buscan trabajo por primera vez.

Para el caso de Colombia los conceptos de población rural y urbana siguen siendo los tradicionalmente utilizados. Población rural: la población de núcleos de menos de 1.500 habitantes, más la dispersa. Población urbana: la población de ciudades y núcleos de 1.500 y más habitantes.

Las regiones en las que se dividió el país para la encuesta son las siguientes:

1. Región Atlántica: Departamentos de la Guajira, Magdalena, Bolívar, Atlántico Cordova, Cesar y Sucre.
2. Región Oriental: Departamentos de Cundinamarca, Boyacá, los Santanderes y Meta.
3. Bogotá: Comprende al Distrito Especial.
4. Región Central: Departamentos de Antioquia, Risaralda, Quindío, Caldas, Huila y Tolima.
5. Región pacífica: Departamentos del Valle, Chocó, Cauca y Nariño.

4. TRABAJOS ANTERIORES SOBRE DISTRIBUCION DE INGRESOS

En el Boletín Mensual del DANE No. 237 de Abril de 1971 [8], se presentó un primer estudio de la distribución de ingresos basado en los resultados de la primera Encuesta Nacional de Hogares efectuada por este Departamento en Colombia.

En esa ocasión se hizo un detallado análisis de la situación prevaleciente en el país en forma general y específicamente por regiones en las que se había dividido el país para la encuesta; por áreas urbanas y rurales; por sexos; por rama de actividad; por nivel de educación; por posición ocupacional y por nivel ocupacional de la población económicamente activa. En el apéndice No. 1 se presenta un resumen de esta publicación, sus conclusiones y varios resultados.

En el mencionado trabajo se presentó también un recuento de varios estudios anteriores efectuados en Colombia, todos los cuales se basaron en estimaciones parciales o totales hechas sobre supuestos, algunas veces realistas, otras arbitrarios, que han tratado de cuantificar la distribución del ingreso personal, regional, familiar y funcional del país. Por ser de interés, se transcribe a continuación, en orden cronológico, una síntesis de estos estudios. [29]:

1. En el informe del Banco Mundial dirigido por el economista Lauchlin Currie aparece por primera vez una distribución de ingresos para el país en 1950 para lo cual se utilizaron diferentes fuentes de información: series del Banco de la República, datos de declaraciones de renta y estudios socioeconómicos de algunas comunidades rurales.
2. En 1954-55 la *Cepal*, Comisión Económica para la América Latina, en un estudio general titulado "Análisis y Proyecciones del Desarrollo Económico", estimó una distribución de ingresos según ocupación y actividad empleando, además de los datos de cuentas nacionales y de impuestos sobre la renta, datos resultantes del censo industrial de 1953, de la encuesta de presupuestos familiares elaborada por el DANE para 7 ciudades y de la muestra censal del sector agropecuario.

3. El informe Lebrecht también tomó en cuenta el problema de la distribución del ingreso, pero no presentó ningún estimativo nuevo; simplemente utilizó los datos elaborados por *Cepal* y el Departamento de Planeación de Colombia y presentó por primera vez una distribución regional del ingreso. Un estudio posterior fue elaborado en 1964 por Francisco Marabelli [30].
4. En el año 1961 se hizo un nuevo estimativo de la distribución del ingreso en un estudio fiscal elaborado para Colombia por la misión Taylor, con base en una combinación de diferentes fuentes. Los resultados son bastante verosímiles, pero los supuestos empleados han sido frecuentemente discutidos.
5. La Comisión de la Reforma Tributaria, dirigida por Richard Musgrave, estimó una distribución de ingresos para 1964 basada en datos de cuentas nacionales y en el censo y tabulados especiales de las declaraciones de renta de personas naturales de la administración de impuestos de Bogotá.
6. Una información muy completa para 1966 fue obtenida de la investigación nacional de morbilidad, cuyo principal objetivo era la investigación sobre salud y demografía. Paralelamente se investigaron otras variables económicas y sociales y entre ellas, la de ingresos. La metodología que se empleó para esta última variable es susceptible de serias objeciones; a pesar de que la encuesta está técnicamente diseñada (se tomó como referencia para la Encuesta de Hogares) no es representativa en lo atinente a la distribución de ingresos.
7. Por último, la distribución de ingresos estimada para 1964 por el Centro de Investigaciones para el Desarrollo, de la Universidad Nacional, basada en dos estimativos separados: Uno para el sector rural [31] y otro para el sector urbano [32].

Las anteriores estimaciones se realizaron con la información del Censo Agropecuario de 1960, datos de Cuentas Nacionales y salarios agrícolas para el sector rural elaborados por el DANE. Para el sector urbano se usaron las encuestas urbanas sobre empleo y desempleo que en varias ciudades realiza el *Cede*. Los resultados del estudio se aproximan bastante a la realidad, exceptuando la parte alta de la distribución del sector urbano, en la que seguramente hay una subestimación de los ingresos.

En el caso del Ecuador, no se han efectuado estudios de ingresos fundamentados en investigaciones directas sobre este tópico, aunque si se han hecho varios análisis basados en estimaciones de ingresos personales. Entre estos estudios pueden citarse los siguientes:

1. Estimación de ingresos personales. Esta monografía aparece publicada en la Memoria del Gerente General del Banco Central del Ecuador correspondiente al ejercicio de 1958. Es un ensayo de estimación de los ingresos personales como resultado de un estudio realizado por la Sección de Ingreso Nacional del Departamento de Investigaciones Económicas del Banco Central. En éste, se toma en cuenta a la población económicamente activa de las áreas urbanas y rurales, por posición ocupacional, según datos del Censo de Población de 1950 y otros datos complementarios estimados a 1957.

2. Estimación de Ingresos. Trabajo elaborado por la Junta Nacional de Planificación y Coordinación, Quito-Ecuador (1970) en forma de "Respuestas al cuestionario sobre las tendencias políticas y problemas económicos 1969-1970". En este estudio se hace una estimación de los ingresos recibidos por la población económicamente activa del país, con referencia a 1966.
3. Registros de Seguridad Social. Estas son estadísticas sobre número de afiliados por tamaños de ingreso elaborados por la Caja Nacional del Seguro Social, en 1962.

CAPITULO II

LA INVESTIGACION ECONOMETRICA

1. DIVERSOS ANALISIS

La distribución de los ingresos puede presentarse y analizarse de diferentes maneras. Puede ser el resultado de la simple inferencia individual o de equipo que estudia la situación prevaleciente en una sociedad, lo que equivaldría a un análisis con bases teóricas y aproximaciones estimativas, o puede ser la consecuencia de investigaciones efectuadas para captar información sobre la materia, que son las características del trabajo empírico respecto a un tema determinado. En cualquiera de estos casos, una vez elaborado u obtenida la información, ésta puede presentarse para el análisis en diversas formas. Conformarla, por ejemplo, como tablas o cuadros de resultados, gráficos, etc. en los cuales se presenta la información sobre ingresos relacionada con los perceptores de los mismos; estas distribuciones pueden darse en términos absolutos o relativos, en forma simple o agregada, etc. En base a estos resultados pueden elaborarse gráficos que ayuden a hacer más claro el análisis. Se puede presentar también como una descripción o lectura de los resultados incluyendo un análisis de los mismos. Pero, además de este tipo de análisis conocido, también puede recurrirse a un sistema analítico que haga uso de hipótesis y teorías conocidas y que son, o el resultado de investigación empírica, o elaboraciones que se tratan de comprobar con la investigación.

Para la comprobación o análisis es indispensable que las teorías o hipótesis estén expresadas en lenguaje matemático que permita su cuantificación. Entonces, este segundo tipo de análisis considera varias etapas: 1) Definición de teorías o hipótesis sobre distribución de ingresos; 2) Expresión de las hipótesis en términos matemáticos o en formas de funciones matemáticas; 3) Investigación del tema; 4) Elaboración de funciones o modelos matemáticos en base a la teoría o hipótesis a verificarse; 5) Análisis y aplicaciones.

En el presente trabajo, se parte de hipótesis sobre estructura de la distribución de ingresos dadas por W. Pareto [1] y expresadas en forma de funciones matemáticas; estas hipótesis y funciones se han utilizado para la conformación de otros modelos de distribución de ingresos tales como los de Lorenz y Gini. Por otra parte, se han conformado funciones log-normales que siguen la hipótesis de que la distribución de ingreso se ajusta a una distribución logarítmico-normal antes que a una perfectamente normal. Para la elaboración de estas funciones se utiliza información estadística recolectada a través de encuestas de hogares por muestreo. Se calculan las funciones mediante diversos sistemas de ajuste; se verifica su validez por la estimación de coeficientes de correlación, errores estándar, coeficientes que miden la autocorrelación entre variables, etc. y, finalmente, se hacen estimaciones de parámetros de interés para el análisis. Estas funciones, bien pueden servir también para realizar predicciones

respecto a la diversa estructuración de la distribución de ingresos que puede tenerse en una sociedad, de haber cambios en los sectores representados por las variables contenidas en las funciones. Lógicamente, estos resultados servirían a los economistas planificadores y políticos para tomar decisiones que conduzcan a lograr el bienestar de la población.

2. EL PAPEL DE LA ECONOMETRIA

El análisis esbozado anteriormente bien puede acoplarse a la función de la Econometría la cual, desde un punto de vista particular, puede aplicarse a cualquier fenómeno económico con tal que exista una teoría expresable en lenguaje matemático y siempre que se disponga de observaciones estadísticas y métodos de estimación adecuados [33]. Esto también puede deducirse si se analiza la definición de Econometría. Se han dado varias definiciones; sin embargo, parece ser que la más adecuada a los propósitos de esta asignatura es la expresada por Valavanis [34]. Dice este autor que la misión del econométra es la de expresar las teorías económicas en términos matemáticos para verificarlas por métodos estadísticos y para medir el impacto de una variable sobre otra, así como para predecir los sucesos futuros o aconsejar la política económica que debe seguirse cuando se desea un resultado determinado”.

Es un hecho que el análisis cuantitativo de la economía y la investigación econométrica se han desarrollado recientemente. Desde luego ya Marshall en 1897 indicaba que en el siglo XIX se ha completado en gran parte el análisis cualitativo de la economía “pero no se ha proseguido más allá” [35]. Se ha fijado como muy reciente al desarrollo de la Econometría “como movimiento organizado”, según expresión de K.J. Arrow [36], aunque si se considera que la investigación econométrica se inicia con el análisis de la demanda, el interés por ésta puede haber surgido a raíz de las exposiciones sobre la materia expresadas en la teoría de Cournot (1838) y los Principios de Marshall (1890). Sin embargo, puede fijarse como fecha de despegue hacia el desarrollo de la Econometría la de la fundación de la Sociedad Econométrica en 1930, ya anunciada o pensada desde 1912, y que tuvo como principales organizadores a Fisher, Roos y Frisch.

Desde el punto de vista del papel que desempeña la Econometría puede decirse que esta es una rama de tipo empírico de la Ciencia Económica que para su aplicabilidad requiere del empleo de las Matemáticas y la Estadística [33]. O sea los pedestales de esta materia son la Teoría Económica, la Estadística y las Matemáticas. La *Teoría Económica* es la fuente que suministra las tesis e hipótesis a ser verificadas. Tinbergen utiliza un símil para relacionar y diferenciar estas dos ciencias diciendo que la investigación puede compararse con un juego de tenis en que los econométras o econometristas están a un lado de la red y los teóricos al otro. Una vez formulado el modelo por un teórico, lo entrega al econometrista para su verificación quien lo devuelve al primero para que sea corregido, si observa que las hipótesis no se cumplen en la realidad. Sigue así un proceso de intercambio hasta lograr resultados aceptables.

Respecto a la *Estadística* puede decirse que la Econometría es una Estadística especialmente adaptada a la investigación económica. Toda la teoría de la Estadística General se emplea en la Econometría. Son instrumentos imprescindibles el cálculo de

momentos, cálculo de probabilidades, procesos estocásticos, análisis multivariante, análisis de varianza, verificación de hipótesis, técnicas de muestreo, etc. Para comparar la Econometría con la Teoría Económica y la Estadística, sobre todo la enunciada como Estadística Económica, podría utilizarse la expresión de Fossati [37] [33] que dice que "la investigación econométrica supera, por una parte, a la estadística económica porque ésta, por así decirlo, nos presenta medida sin teoría y, por otra, a la economía pura por cuanto se manifiesta como teoría sin medida"

En cuanto a las *matemáticas*, se tiene que éstas no son sino un lenguaje útil e imprescindible para el econometrista. Por otra parte, éstas constituyen "un medio unificador de la Teoría Económica y la Estadística" [33]. Si bien la teoría Económica puede formularse literalmente, esta bien puede también expresarse en forma matemática [38]. Tal es el caso de la teoría formulada por Keynes sin uso de las matemáticas y luego presentada por diversos autores en forma matemática; Hicks, por ejemplo.

En el presente trabajo justamente se parte de hipótesis o funciones conocidas en teoría económica respecto a distribución de ingresos las cuales se verifican o ajustan con información proveniente de encuestas de hogares por muestreo. Este análisis bien puede hacerse utilizando otros modelos planteados sobre este tema (*), sin embargo, se han escogido las funciones de Pareto, Lorenz, Gini y Log-normal, por cuanto se encontró, a través del trabajo empírico, que proporcionan resultados adecuados y de fácil uso para el análisis, a más de prestarse para varias aplicaciones, por ejemplo, la estimación de valores tales como: ingresos promedios, distribución porcentual de perceptores por niveles de ingreso, ingresos recibidos por un número dado de perceptores, etc. Además, son funciones de rápida y fácil estimación por cuanto los resultados de una de ellas facilitan la estructuración de las demás.

Se espera que los resultados obtenidos sirvan también para fines de predicción y toma de decisiones por parte de las personas, especialmente políticos, que tienen a su cargo la búsqueda de soluciones que permitan alcanzar el bienestar económico y social de nuestros países.

(*) El Centro Latinoamericano de Proyecciones Económicas de la Comisión Económica de las Naciones Unidas para América Latina, CEPAL, ha elaborado recientemente un estudio sobre varios modelos analíticos de medición de la desigualdad de ingresos [15].

CAPITULO III

LA DISTRIBUCION DE PARETO

1. DESCRIPCION

El primer modelo analítico a estudiarse es el que hace uso de la conocida función de Pareto [1] Mediante esta función se supone que existe una relación lineal decreciente entre el logaritmo del porcentaje de perceptores en un nivel de ingreso y el logaritmo de dicho nivel de ingreso. La relación es de la forma siguiente:

$$\log X = \log \alpha - \beta \log Y \quad (1)$$

o también
$$X = \alpha Y^{-\beta} \quad (2)$$

con
$$\beta > 1 \text{ y } Y \geq Y_0$$

donde:

Y = Un nivel de ingreso cualquiera.

X = Porcentaje de personas que reciben un nivel de ingreso mayor o igual a Y .

Y_0 = Ingreso mínimo, recibido por una familia.

α y β = Parámetros.

Se considera a Y como variable independiente y a X como variable dependiente. El postulado de la función es suponer que cuanto mayor sea el nivel de ingreso considerado menor es el porcentaje de perceptores de ingreso, tendiendo a ser cero cuando el ingreso tiende a ser infinito. [2].

2. METODOS DE AJUSTE

Siendo que el nivel de ingreso es una variable matemática conocida, la función de Pareto queda perfectamente determinada si se conocen los parámetros α y β . En la práctica estos parámetros son estimados a partir de la información de una muestra o de otra fuente de datos disponible. El problema radica en como obtener "buenas" estimaciones. Si se supone que las variables no se comportan según una distribución normal las mejores estimaciones se pueden obtener aplicando el método de los mínimos cuadrados [3].

Para efectuar estas estimaciones se organizan los datos disponibles en una distribución de frecuencias que proporcione un conjunto de pares de valores para el ajuste. Si a y b son los estimadores de α y β respectivamente estos se obtienen resolviendo el sistema:

$$\sum_{i=1}^n \log X_i = n a + b \sum_{i=1}^n \log Y_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \log X_i \log Y_i = a \sum_{i=1}^n \log Y_i + b \sum_{i=1}^n (\log Y_i)^2$$

donde:

(X_i, Y_i) = La i -ésima observación en la muestra

n = Total de valores observados en la muestra

Un punto crucial en el proceso de estimación de la función está en la escogencia del nivel de ingreso mínimo. Este no puede tomarse como cero pues dificultaría el cálculo de la regresión por no existir el logaritmo para cero, y tampoco puede tomarse muy alto pues tendería a sesgar la estimación del coeficiente β . Lo más conveniente entonces es escoger como ingreso mínimo el menor ingreso observado que satisfaga los requerimientos del cálculo. Sin embargo, cuando este ingreso mínimo no es confiable se puede optar por dos alternativas para determinarlo. La primera consiste en ignorar el primer par de valores en la distribución de frecuencias y emplear con las restantes el método de los mínimos cuadrados. Este método se puede usar cuando el nivel mínimo de ingreso es muy bajo pero tiene la tendencia a producir estimaciones sesgadas del coeficiente β [5]

Una segunda alternativa para el ajuste es aplicar el método de los cuartiles [5]. Según este procedimiento se seleccionan dos cuartiles Q_1 y Q_2 que representan los porcentajes de la población que recibe un ingreso menor o igual a Y_1 y Y_2 respectivamente. La función de distribución de Pareto se expresa como:

$$F[Y] = 1 - \left[\frac{Y_0}{Y} \right]^b \quad (4)$$

con lo cual conocidos los niveles de ingreso que corresponden a los dos cuartiles se obtiene un sistema de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas Y_0 y b .

Generalmente se trabaja con los cuartiles uno y tres definidos como sigue [6]:

$$Q_1 = L_i + \frac{\frac{n}{4} - \sum f_i}{f_{media}} c \quad (5)$$

$$Q_3 = L_i + \frac{\frac{3n}{4} - \sum f_i}{f_{\text{media}}} c \quad (6)$$

donde:

Q_1 y Q_3 = Cuartiles uno y tres respectivamente.

n = Total de informantes.

L_i = Limite inferior del intervalo de ingreso que contiene la cantidad $n/4$ para Q_1 y $3n/4$ para Q_3 .

$\sum f_i$ = Acumulado de informantes (frecuencia acumulada) hasta el intervalo de ingreso que contiene las cantidades $n/4$ y $3n/4$ para Q_1 y Q_3 respectivamente.

f_{media} = Número de personas (frecuencia relativa) en el intervalo de ingreso que contiene las cantidades $n/4$ y $3n/4$ para los cuartiles Q_1 y Q_3 .

c = Intervalo de clase (longitud de los intervalos de ingreso).

Mediante los cuartiles enunciados se obtiene el sistema:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 1 - \left[\frac{Y_0}{Y_1} \right]^b \\ Q_3 &= 1 - \left[\frac{Y_0}{Y_2} \right]^b \end{aligned} \quad (7)$$

que al ser resuelto produce las estimaciones Y_0 y b . El valor del ingreso mínimo así obtenido es siempre aceptable pero con un valor de b generalmente menor que 1. Por eso, con este valor de Y_0 sería más aconsejable llegar a estimar el coeficiente β a través del método de mínimos cuadrados.

3. CALCULO DE ERRORES.

Cuando se usa el método de los mínimos cuadrados para obtener las estimaciones de α y β , se puede calcular los errores de estas estimaciones haciendo uso de las siguientes expresiones [4]:

$$\text{var (a)} = \frac{\hat{\sigma}^2 \sum Y_i^2}{n \sum (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (8)$$

$$\text{var (b)} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (9)$$

donde:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (X_i - a - b Y_i)^2 \quad (10)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (11)$$

Partiendo de aquí y bajo las hipótesis de una distribución normal se obtienen estimaciones por intervalo de confianza para los parámetros α y β como sigue:

$$P_r [a - t (\alpha, g) \sqrt{\text{var (a)}} \leq \alpha \leq a + t (\alpha, g) \sqrt{\text{var (a)}}] = 1 - \alpha \quad (12)$$

$$P_r [b - t (\alpha, g) \sqrt{\text{var (b)}} \leq \beta \leq b + t (\alpha, g) \sqrt{\text{var (b)}}] = 1 - \alpha \quad (13)$$

donde:

α y β : Parámetros a estimar

a y b : Estimaciones por mínimos cuadrados de α y β

$\sqrt{\text{var (a)}}$: Error del coeficiente a

$\sqrt{\text{var (b)}}$: Error del coeficiente b

$t (\alpha, g)$: Valor en la distribución t

α : Nivel de significación

g : Grados de libertad

La magnitud del error de cada uno de los coeficientes permite formar una idea del grado de confianza que puede tenerse en el ajuste. Generalmente cuando el error del coeficiente es próximo o mayor que la estimación se considera que el ajuste es muy deficiente y en estas circunstancias no tiene mucho sentido calcular estimaciones por intervalo pues estas resultan tan amplias que carecen de utilidad práctica (*). Para que todos los cálculos mencionados sean válidos se debe cumplir el supuesto de que todos los errores de observación no esten correlacionados, o dicho en otras palabras que un error de observación en una medida cualquiera no sea influenciado ni esté influenciando sobre cualquiera de los restantes errores. Esto es lo que se conoce como la existencia de autocorrelación serial [4] la cual puede ser verificada a través de estimaciones de coeficientes Durbin-Watson [14].

4. PROPIEDADES DE LA FUNCION DE PARETO

La elaboración de cálculos como los descritos antes se ven justificados en la práctica gracias a algunas propiedades importantes que pueden desprenderse de la distribución de Pareto y la estimación de algunos datos específicos de mucha utilidad en el análisis de la distribución del ingreso. A continuación se señalan algunas de las más importantes aplicaciones.

a) Ingreso Promedio

Si se considera el nivel de ingreso como una variable aleatoria con una función de distribución acumulativa dada por la ecuación (2), al aplicar el concepto de esperanza matemática a la función se obtiene el ingreso promedio $\bar{Y}$ expresado a través de la función:

$$\bar{Y} = \frac{\beta Y_0}{\beta - 1} \quad (14)$$

Mediante esta función es posible estimar el ingreso promedio haciendo a la vez uso de la estimación b del parámetro β .

Se observa que esta estimación es directamente proporcional al ingreso mínimo escogido Y_0 por lo cual es de suma importancia la escogencia de un nivel lo más preciso y aceptable posible. Una vez definido el ingreso mínimo, este se considera constante para todos los cálculos, mientras que el ingreso promedio constituye una variable aleatoria dependiente de b que a su vez es otra variable aleatoria. Bajo estas consideraciones se puede obtener una estimación por intervalo del ingreso promedio dentro de un intervalo de confianza definido previamente para β . Bastará con reemplazar en la ecuación (14) a β por el límite inferior (o superior) del intervalo construido en (13) para obtener el límite superior (o inferior) del ingreso promedio.

b) Porcentaje Acumulativo de Perceptores de Ingreso

Otra interesante propiedad de la curva de Pareto es la de permitir calcular el porcentaje o fracción acumulativa de perceptores de ingreso W_X que reciben un ingreso mayor o

(*) Se ha encontrado que la función de Pareto brinda buenos ajustes para valores superiores de ingreso, pero no así para niveles inferiores [12].

igual a un nivel $Y_X(*)$. Para ello [5] se integra la función de densidad de Pareto desde Y_0 hasta el nivel Y_X con lo cual se obtiene la expresión:

$$W_X = 1 - \left[\frac{Y_X}{Y_0} \right]^{-\beta} \quad (15)$$

Este valor W_X puede ser determinado después de fijar el nivel de ingreso Y_X , el nivel mínimo de ingreso Y_0 y a través de la estimación de b de β

c) Porcentaje Acumulativo de Ingresos.

Estableciendo la razón que existe entre el ingreso total que reciben las personas que tienen un ingreso mayor o igual a un nivel Y_X y el ingreso total de la comunidad, se puede obtener el porcentaje o fracción acumulativa de ingreso Z_X que es recibido por las personas que tienen un ingreso superior o igual al nivel Y_X . La expresión resultante es:

$$Z_X = 1 - \left[\frac{Y_X}{Y_0} \right]^{1-\beta} \quad (16)$$

Como Y_0 y Y_X una vez determinados son constantes se puede obtener estimaciones por intervalo de las expresiones (15) y (16) aplicando igual método sugerido para el caso de la estimación del ingreso promedio.

5. RESULTADOS PRACTICOS

Con el ánimo de aplicar y presentar un análisis detallado de la distribución de ingreso para Colombia y Ecuador se han aplicado los métodos antes descritos aprovechando los resultados de encuestas de hogares efectuadas en cada uno de estos países [7] y [9].

5.1 Ajustes de la Función de Pareto

Tal como se mencionó anteriormente el problema fundamental en el proceso de estimación de la función reside en la escogencia del ingreso mínimo. Para los cálculos aquí efectuados se le ha dado el valor de \$250.00 que corresponde a la media del primer intervalo de ingresos considerado en la distribución total (Tabla 1).

Aplicando el sistema de ecuaciones normales a la referida distribución se obtiene que los estimadores de β y α , son:

$$a = 5.8397 \quad y \quad b = 1.4593$$

En este caso el valor del coeficiente b es mayor que la unidad, y por lo mismo se considera aceptable la definición del ingreso mínimo. Sin embargo no sucede lo mismo en otros casos y por lo tanto debe recurrirse a un procedimiento diferente para estimar el ingreso mínimo. Tal es el caso observado para el Ecuador [9], en el cual se tiene

(*) Ver apéndice.

que recurrir a la segunda alternativa propuesta para la definición del ingreso mínimo, esto es a través del método de los cuartiles (*). Se seleccionaron dos cuartiles $Q_1=25$ y $Q_2=75$ para que representen a los porcentajes de la población total que recibe un ingreso mayor o igual a dos ingresos que pueden distinguirse como Y_1 y Y_2 respectivamente. Aplicando la función de Pareto (4)

$$F(Y) = 1 - \left[\frac{Y_0}{Y} \right]^b$$

y haciendo uso de los niveles Y_1 y Y_2 de ingresos se obtiene el sistema (7) de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas Y_0 y b :

$$Q_1 = 1 - \left[\frac{Y_0}{Y_1} \right]^b$$

$$Q_2 = 1 - \left[\frac{Y_0}{Y_2} \right]^b$$

que permitirá estimar el ingreso mínimo Y_0 . El paso intermedio es la determinación de los niveles Y_1 y Y_2 . Para esto se utilizan las funciones (5) y (6) en las cuales el cuartil 1 corresponde a Y_1 y el cuartil 3 al nivel Y_2 . (**). Los resultados obtenidos, con base en la tabla 2, son los siguientes:

$$Q_1 = 200 + \frac{147.886,5 - 44.601}{106.617} 200 = 393,75$$

$$Q_3 = 1.000 + \frac{443.665,5 - 384.489}{125.185} 1.000 = 1.472,71$$

$$(Y_1) : Q_1 = 393,75$$

$$(Y_2) : Q_3 = 1.472,71$$

Con estos datos el sistema de ecuaciones a resolver es:

$$0.25 = 1 - \left[\frac{Y_0}{393,75} \right]^b$$

$$0.75 = 1 - \left[\frac{Y_0}{1.472,71} \right]^b$$

(*) Ver punto 2.1

(**) Puede utilizarse cualquier par de cuartiles. En el caso presente se ha preferido utilizar el 1o. y 3er. cuartiles (0.25 y 0.75).

De donde:

$$b = 0.520605$$

$$Y_0 = 684.15$$

Puede observarse que el valor de b no es aceptable (*) pero no así el ingreso mínimo. Utilizando este ingreso con el método de mínimos cuadrados, se obtiene que b es 1.4566, valor aceptable para el ajuste.

Todos los cálculos de estimaciones para Colombia que se consignan en las tablas de resultados se hicieron únicamente por el método de regresión mínimo cuadrática. Algunos de ellos (los señalados en las tablas de resultados con asteriscos) no pueden considerarse confiables ya sea por: a) su alto error; b) escaso número de observaciones y c) niveles mínimos de ingreso de poca representatividad. No obstante se puede observar que siempre existe un alto grado de correlación entre las variables (porcentaje de perceptores de ingreso y nivel de ingreso) generalmente mayor del 90o/o. Además los ajustes son aceptables pues no se presentan, según el coeficiente de Durbin Watson, problemas de autocorrelación serial.

5.2 Estimaciones del Ingreso Promedio

Como se indicó, el ingreso promedio según la distribución de Pareto viene dado por la función (14):

$$\bar{Y} = \frac{b Y_0}{b - 1}$$

Siendo b el coeficiente de regresión, estimación β , y Y_0 el ingreso mínimo. Para el caso colombiano, utilizando el valor de $b = 1.4593$ ya estimado y el ingreso mínimo para el total nacional de \$250.00 se tiene.

$$\bar{Y} = \frac{(1.4593)(250)}{1.4593 - 1} = \$ 794.31$$

Sin embargo como el valor de b depende de Y_0 esta estimación tiene más sentido si se la da por intervalo. Aplicando la función (12) puede determinarse que el intervalo de confianza para b es:

$$Pr [1.4593 - (2.12)(0.0726) \leq \beta \leq 1.4593 + (2.12)(0.0726)] = 0.95$$

$$Pr [1.3054 \leq \beta \leq 1.6132] = 0.95$$

Esto significa que el verdadero valor de β se encuentra entre 1.3054 y 1.6132 con una probabilidad del 95o/o Reemplazando el límite inferior del intervalo en la ecuación

(*) Según el planteamiento de la función, " b " debe ser mayor o igual a la unidad.

(14) el estimativo del ingreso promedio para un ingreso mínimo de \$250.00 será, para los límites inferior y superior, respectivamente:

$$\bar{Y}_1 = \frac{(1,3054)(250)}{1,3050 - 1} = \$1.068,60$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{(1.6132)(250)}{1.6132 - 1} = \$ 657,70$$

lo cual significa que el intervalo de confianza para el ingreso promedio expresado en función de b y suponiendo constante el ingreso mínimo (\$250.00) puede expresarse como:

$$P_r [\$657,70 \leq \bar{Y} \leq \$1.068,60] = 0,95$$

que determinaría que el ingreso promedio para Colombia, haciendo uso de los métodos ya descritos y con un nivel de confianza del 95o/o, está entre \$657.70 y \$1.068.60. Esto concuerda con los resultados de publicaciones anteriores [8] en los cuales la estimación directa del ingreso promedio es de \$1.060.00 correspondiente a un promedio aritmético ponderado.

Para el caso ecuatoriano, aplicando el método de mínimos cuadrados la función de Pareto:

$$\text{Log } X = 4.9648 - 1.16491 \log Y$$

El ingreso mínimo utilizado para el ajuste fué de \$200.00 sucres.

La estimación por intervalo que corresponde al coeficiente b, siguiendo idéntico método al utilizado para el caso colombiano, es la siguiente:

$$P_r [1.1649 - 2.23 (0.089) \leq \beta \leq 1.1649 + 2.23 (0.089)] = 0.95$$

$$P_r [0.9664 \leq \beta \leq 1.3634] = 0.95$$

En este caso el límite inferior es menor que 1 valor no aceptable para el coeficiente b aunque se acerca a la unidad.

El ingreso promedio para el Ecuador se estimaría en:

$$\bar{Y} = \frac{(1,1649)(200)}{1,1649 - 1} = \$ 1.412,85$$

La estimación por intervalo del ingreso promedio no tiene mucho sentido en este caso por cuanto al considerar el límite inferior de b se obtiene un ingreso promedio que

tiende a infinito. Tomando el límite superior de b el límite inferior para el ingreso promedio será:

$$\bar{Y} = \frac{(1,3634)(200)}{1,3634 - 1} = \$750,36$$

5.3 Fracciones de Ingreso y Población que Corresponden a un Nivel Cualquiera de Ingreso.

De acuerdo a la ecuación (15) y para un supuesto $Y_x = \$750.00$ se tiene para el caso colombiano:

$$W_x = 1 - \left[\frac{750}{250} \right]^{-1,4593} = 79,880/o$$

Esto indica que el 79,880/o de la población tiene ingresos menores o iguales a \$750.00.

Si se quiere estimar la fracción acumulativa de ingreso (16) se tiene que:

$$Z_x = 1 - \left[\frac{750}{250} \right]^{-1,4593} = 39,620/o$$

Lo que significa que entre todas las familias colombianas con un ingreso menor o igual a \$750.00, alcanzan a recibir el 39,620/o del ingreso total.

Para el caso ecuatoriano la fracción acumulativa de perceptores de ingreso W_x que reciben un ingreso menor o igual a \$700 sucres será:

$$W_x = 1 - \left[\frac{700}{200} \right]^{-1,1649} = 90,440/o$$

La fracción acumulativa de ingreso Z_x recibida por este mismo tipo de unidades perceptoras será:

$$Z_x = 1 - \left[\frac{700}{200} \right]^{-1,1649} = 28,270/o$$

O sea que en el área urbana de Ecuador las personas que reciben un ingreso menor o igual a \$700 sucres captan el 28,270/o del ingreso total de la referida área.

6. GRAFICO DE PARETO.

Este gráfico se construye colocando en el eje horizontal los logaritmos de los niveles de ingreso, y en el vertical los logaritmos de los porcentajes acumulados de perceptores de ingreso. El gráfico 1 muestra las curvas referentes a la función de Pareto para Colombia total nacional y por áreas urbana y rural. Se indica además los resultados de las funciones ajustadas. Como puede observarse se trata de funciones acumulativas que permiten conocer el nivel de ingreso que corresponde a un determinado porcentaje de perceptores de ingreso. Así por ejemplo, el gráfico 1 es fácil deducir que el 20o/o de la población urbana de Colombia recibe un ingreso de aproximadamente \$1.900.00 o más, o que el 80o/o de esta población tiene ingresos inferiores a los \$1.900.00. Este tipo de resultados también puede obtenerse para un determinado rango de ingreso. Bastará con restar el porcentaje acumulado de personas que corresponde al límite superior del rango considerado el porcentaje acumulado de personas que corresponde al límite inferior de dicho rango. Para el ejemplo, en el total de la población colombiana el porcentaje de personas que reciben un ingreso comprendido entre \$1.000.00 y \$2.000.00 es aproximadamente de 26o/o ($.38 - .12 = .26$).

Como una medida del grado de concentración del ingreso en la distribución, Pareto sugirió originalmente que cuanto menor fuese la pendiente β de la ecuación mayor sería el grado de desigualdad. No obstante desde el punto de vista estadístico una distribución tiene menor varianza (mayor grado de concentración) cuanto mayor sea el número de unidades que se concentran alrededor del promedio. En el gráfico 1 la menor pendiente corresponde a la ecuación del total urbano y según la interpretación. Paretiana esta distribución sería la más igualitaria. Sin embargo, si se dibujan los promedios de ingreso que corresponden a las tres distribuciones (líneas verticales en el gráfico), y se buscan los puntos de corte entre estos promedios y la curva de Pareto que les corresponde, se ve que el punto de intersección más alto corresponde al área rural pues allí aproximadamente el 56o/o de las personas tienen un ingreso superior al promedio aritmético ponderado (\$580.00). Este último tipo de medida de concentración de ingreso resulta más confiable y concuerda con los resultados de los otros tipos de análisis más adelante presentados.

En el gráfico 2 se representan ajustes de las funciones de Pareto para el área urbana de Ecuador, discriminado por sexos (*). Se puede observar que el mayor promedio de ingreso corresponde a los hombres los cuales a su vez manifiestan mayor grado de igualdad en la distribución. En este caso el coeficiente α tiene su menor valor para la distribución de ingresos de los hombres, aunque es la que tiene menor correlación, mayor desviación estándar y más problemas de autocorrelación. Por lo anterior, este ajuste, desde el punto de vista estadístico, tiene menor confiabilidad en comparación con las tres distribuciones antes consideradas.

(*) Fuente de información estadística Encuesta de Hogares Área Urbana. Junta Nacional de Planificación. Quito, Ecuador, 1968 [9]

Tabla No. 1

Colombia

**DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS EMPLEADAS EN LAS
TABULACIONES –TOTAL NACIONAL–**

Código	Intervalo de Ingreso (Pesos)		Frecuencia
1	0	500.	5.994
2	501.	1.000.	4.790
3	1.001.	1.500.	1.846
4	1.501.	2.000.	870
5	2.001.	2.500.	447
6	2.501.	3.000.	216
7	3.001.	4.000.	278
8	4.001.	5.000.	159
9	5.001.	6.000.	105
10	6.001.	7.000.	59
11	7.001.	10.000.	99
12	10.001.	15.000.	70
13	15.001.	20.000.	19
14	20.001.	25.000.	30

FUENTE: Encuesta de Hogares DANE – 1970–

Tabla No 2

Ecuador

**DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS ACUMULADAS PARA CALCULAR
EL INGRESO MINIMO POR EL METODO DE LOS CUARTILES
–AREA URBANA–**

Intervalo de ingresos (sucres)		Frecuencia	Frecuencia acumulada
0	—	200.	44.601
201	—	400.	106.617
401	—	600.	95.202
601	—	800.	74.453
801	—	1.000.	63.616
1.001	—	2.000.	125.185
2.001	—	3.000.	36.041
3.001	—	4.000.	17.734
4.001	—	5.000.	6.815
5.001	—	7.000.	9.713
7.001	—	9.000.	4.209
9.001	—	11.000.	7.368
$\frac{N}{4} = 147.888,5$		$\frac{3N}{4} = 443.665,5$	

FUENTE: Encuesta de Hogares. Area urbana. Junta Nacional de Planificación, División de estadística y Censos 1968.

GRAFICO No 1
COLOMBIA
GRAFICO DE PARETO

Log del ingreso acumulado de personas

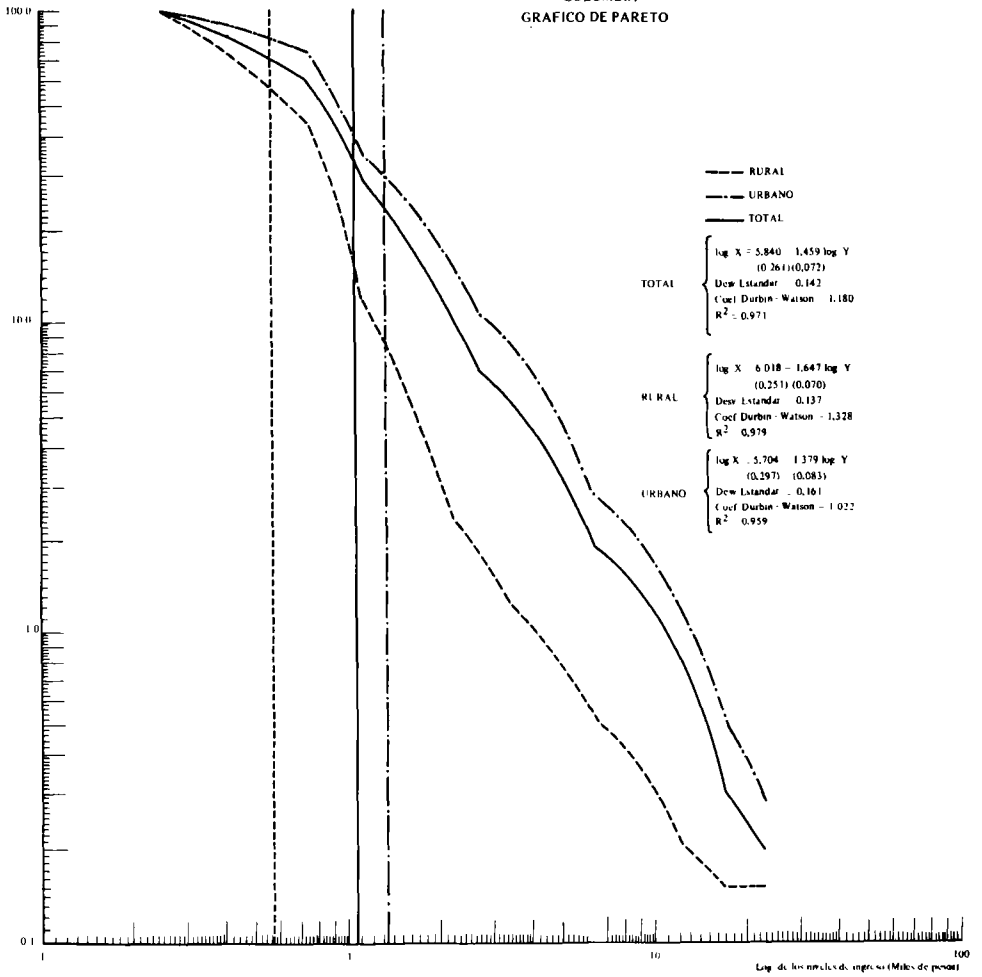
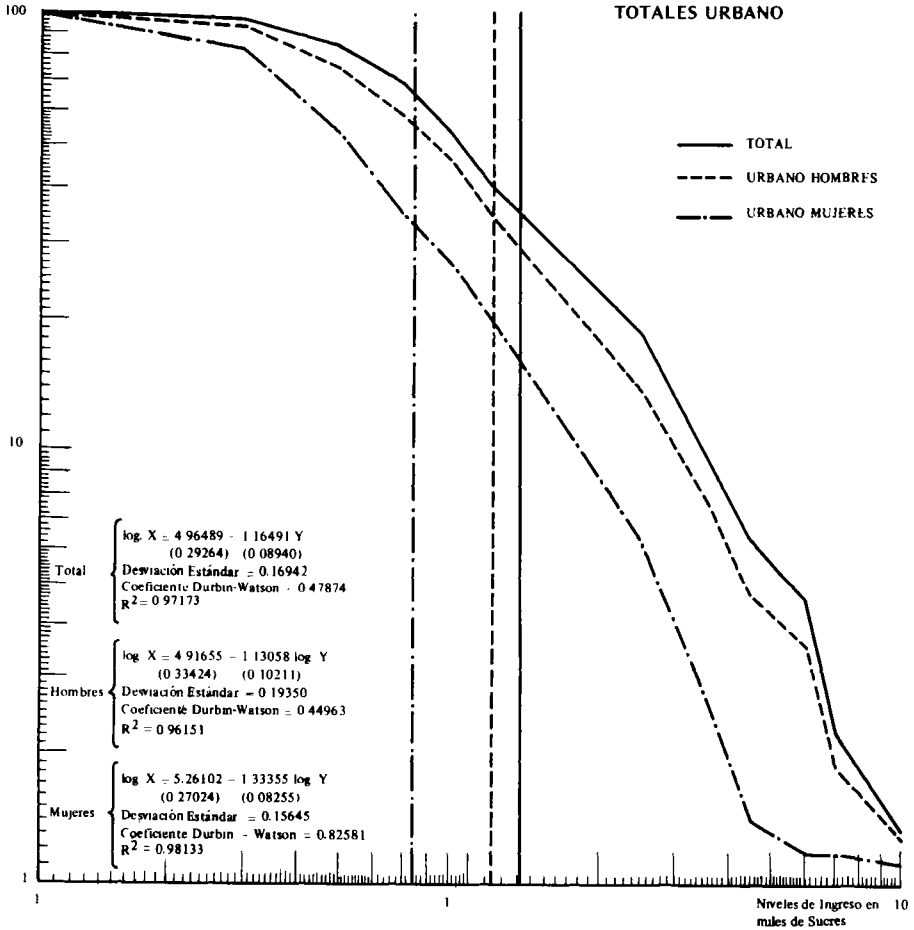


GRAFICO No. 2
ECUADOR
GRAFICO DE PARETO
TOTALES URBANO

Log. del o/o acumulado de personas



TABLAS DE RESULTADOS

El resumen de los ajustes obtenidos para Colombia y Ecuador se presentan a continuación en las tablas 3 a 18. Estas tablas se han organizado en 11 columnas, con el siguiente contenido:

Columna (1).

Describe el universo al cual se refieren los datos.

Columna (2).

Se han colocado aquí las letras N—C para identificar los ajustes que proporcionan estimaciones no confiables de los parámetros. Las principales causas de esta no confiabilidad son entre otras: a) El escaso número de puntos tomados para el ajuste, b) Niveles mínimos de ingreso de poca representatividad, c) Valores muy altos en los errores de las estimaciones, d) Valores inadmisibles para el coeficiente b (generalmente menores a uno), y e) Problemas de autocorrelación serial.

Columnas (3) y (4).

Contiene el estimador "a" del coeficiente α , con su respectiva estimación. El coeficiente "a" se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones (3) y su error es la raíz cuadrada del valor obtenido en la ecuación (8).

Columnas (5) y (6)

Contienen en su orden el estimativo b de β , obtenido al resolver el sistema de las ecuaciones (3), y el error de esta estimación calculada según la ecuación (9).

Columna (7)

Se ha anotado aquí el error estándar de la estimación de cada regresión, a través de la ecuación (10).

Columna (8)

Contiene el coeficiente de correlación que mide el grado de asociación lineal (logarítmica) entre las variables estudiadas.

Columnas (9) y (10).

En la primera se ha anotado el valor del coeficiente Durbin Watson, mientras que en la segunda se da el resultado de la prueba. Para ello se coloca un asteriscos (*) cuando la prueba resulta significativa, denunciando problemas de autocorrelación. Cuando la prueba indica indecisión de existencia de autocorrelación se han colocado las letras N.D. Finalmente, si la prueba no ha resultado significativa, esto es, no se manifiestan problemas de autocorrelación serial, se ha dejado el espacio en blanco.

Columna (11)

Se han anotado los valores t (α , g) de la distribución t de Student necesarios para hacer las estimaciones por intervalo que se deseen según los métodos explicados anteriormente. El nivel de significación empleado es del 50/o ($\alpha = 0.05$).

TABLA 3
COLOMBIA

**PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESO DE PARETO
POR AREAS Y SEXOS**

Area-Sexo		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coefi- ciente de Co- rrela- ción	Coeficiente Durbin-Watson		$t(\alpha, g)$
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Hom- bres										
Total		5.8670	0.3042	1.4534	0.0847	0.1654	0.9802	0.9802	N.D.	2.18
Urb.		5.5440	0.3262	1.3014	0.0908	0.1773	0.9720	0.8670	*	2.18
Rural		6.2735	0.2765	1.7250	0.0770	0.1503	0.9882	1.6267	—	2.18
Muje- res										
Total		6.9399	0.4186	1.8865	0.1209	0.1921	0.9800	1.2069	N.D.	2.23
Urb.		6.6486	0.4031	1.7730	0.1164	0.1850	0.9791	1.2607	—	2.23
Rural		8.1325	0.6570	2.4554	0.1966	0.2564	0.9753	1.1514	N.D.	2.31

TABLA 4
COLOMBIA
PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESO DE PARETO
POR REGIONES Y AREAS

Región - Area		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin-Watson		t(α , g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Pacífica										
Total		5.9882	0.2675	1.5332	0.0744	0.1454	0.9861	1.1328	N.D.	2.18
Urbana		6.0699	0.3950	1.5125	0.1099	0.2147	0.9697	0.9513	N.D.	2.18
Rural		5.7899	0.2812	1.6187	0.0783	0.1529	0.9862	1.0911	N.D.	2.18
Central										
Total		5.9343	0.2654	1.5095	0.0739	0.1443	0.9859	1.6937	—	2.18
Rural		6.2199	0.3615	1.7357	0.1006	0.1965	0.9804	0.9301	N.D.	2.18
Urbana		5.8347	0.3139	1.4339	0.8735	0.1706	0.9784	1.4143	—	2.18
Bogotá										
Total		5.5941	0.3531	1.3089	0.0983	0.1919	0.9678	0.7881	*	2.18
Urbana		5.5981	0.3526	1.3104	0.0981	0.1917	0.9679	0.7972	*	2.18
Rural		5.2907	0.9454	8.1272	1.9430	0.2513	0.9022	1.2907		2.78
Oriental										
Total		5.7870	0.1802	1.4932	0.0501	0.0980	0.9933	1.8287	—	2.18
Rural		5.7023	0.2770	1.5437	0.0771	0.1506	0.9853	0.9929	N.D.	2.18
Urbana		5.7971	0.2452	1.4418	0.0682	0.1333	0.9868	1.3388	—	2.18
Atlántica										
Total		5.7418	0.2508	1.4301	0.0698	0.1364	0.9860	1.3853	—	2.18
Rural		6.4401	0.3258	1.7419	0.0941	0.1495	0.9857	1.8506	—	2.23
Urbana		5.4275	0.2411	1.2967	0.0671	0.1310	0.9843	1.2941	—	2.18

Tabla 5

COLOMBIA

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESO DE PARETO POR ACTIVIDADES

TOTAL NACIONAL (P.E.A)*

Actividad		Cieiciente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin–Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Servicios comunales										
sociales y personales		5.9808	0.3178	1.4792	0.0884	0.1727	0.9792	0.9931	N.D.	2.18
Establecimientos										
financieros		5.3127	0.4560	1.1645	0.1269	0.2479	0.9355	0.6092	*	2.18
Transporte y										
comunicaciones		6.5750	0.5201	1.6404	0.1447	0.2827	0.9563	0.8516	*	2.18
Comercio, restau-										
tes, hoteles		5.6031	0.3081	1.3441	0.0857	0.1675	0.9764	0.9170	*	2.18
Construcción		5.2317	0.2295	1.2596	0.0639	0.1248	0.9849	1.8205	—	2.18
Electricidad,gas y agua		5.2227	0.3155	1.2018	0.0878	0.1715	0.9694	0.1360	*	2.18
Industria manufacturera		6.2049	0.3732	1.5716	0.1039	0.2029	0.9748	0.9753	N.D.	2.18
Minas y canteras		5.0187	0.4168	1.1466	0.1204	0.1913	0.9491	0.8520	*	2.23
Agricultura, caza y pesca		5.8075	0.2019	1.5607	0.0562	0.1097	0.9923	1.6656	—	2.18

(*) P.E.A.: Población Económicamente Activa.

Tabla 6

COLOMBIA

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESO DE PARETO POR ACTIVIDADES

AREA URBANA (P.E.A.) *

Actividades		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin-Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Servicios comunales sociales y personales		6.0313	0.3479	1.4850	0.0968	0.1891	0.9754	0.8990	*	2.18
Establecimientos financieros		5.2527	0.4379	1.1445	0.1219	0.2381	0.9381	0.6372	*	2.18
Transporte y comunicaciones		6.2028	0.4383	1.5166	0.1220	0.2383	0.9633	0.9015	*	2.18
Comercio, restaurante hoteles		5.4322	0.2788	1.2828	0.0776	0.1515	0.9787	1.0177	N.D.	2.18
Construcción		5.1353	0.2318	1.2183	0.0645	0.1260	0.9835	1.7975	—	2.18
Electricidad, gas y agua		5.1852	0.3157	1.1848	0.0879	0.1716	0.9685	1.3407	—	2.18
Industria manufacturera		6.2411	0.4222	1.5683	0.1175	0.2295	0.9679	0.9695	N.D.	2.18
Minas y canteras		4.9375	0.4756	1.0878	0.1374	0.2183	0.9288	0.7873	*	2.23
Agricultura, caza y pesca		5.2246	0.1582	1.2791	0.0440	0.0860	0.9929	1.9686	—	2.18

* P.E.A. Población Económicamente Activa.

Tabla 7
COLOMBIA
PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PARETO POR ACTIVIDADES
AREA RURAL

Actividades		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin-Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Servicios	N.C	8.3790	1.1406	2.4672	0.3539	0.3821	0.9434	1.1305	N.D.	2.45
Establecimientos financieiros	N.C	3.5189	0.3620	0.6366	0.1083	0.1413	0.9016	1.1644	N.D.	2.31
Transporte y comunicaciones		5.9824	0.5198	1.5302	0.1530	0.2186	0.9578	1.4160	—	2.26
Comercio, restaurante, hoteles		5.5464	0.2393	1.4179	0.0704	0.1006	0.9891	2.0847	—	2.26
Construcción		6.0306	0.6617	1.5872	0.2096	0.2023	0.9591	1.9055	—	2.57
Electricidad, gas y agua	N.C	3.9997	0.4878	0.8247	0.1739	0.0878	0.9771	2.9148	N.D.	12.71
Industria manufacturera		6.1329	0.3253	1.6775	0.0955	0.1383	0.9857	1.9135	—	2.26
Minas y canteras		4.5771	0.3862	1.1042	0.1136	0.1624	0.9505	1.5351	—	2.26
Agricultura		7.0867	0.4324	2.0236	0.1249	0.1984	0.9815	1.9360	—	2.23

Tabla 8

COLOMBIA

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESO DE PARETO POR NIVEL OCUPACIONAL

Total Nacional (P.E.A)

Nivel Ocupacional		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin-Watson		t (α ,g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Profesionales técnicos	N.C	4.9085	0.5003	1.0010	0.1392	0.2720	0.9009	0.5149	*	2.18
Profesionales no técnicos		5.2931	0.3677	1.1689	0.1023	0.1999	0.9569	0.7596	*	2.18
Directores y funcionarios públicos superiores	N.C	3.8026	0.3818	0.5995	0.1062	0.2075	0.8519	0.3930	*	2.18
Personal administrativo y similares		6.1687	0.4527	1.4883	0.1258	0.2457	0.9597	0.7715	*	2.18
Comerciantes y vendedores		5.4038	0.3382	1.2619	0.0941	0.1839	0.9681	0.7646	*	2.18
Trabajadores de los servicios		6.3223	0.3601	1.7356	0.1002	0.1958	0.9805	1.1342	N.D.	2.18
Trabajadores agrícolas y forestales		5.7769	0.2410	1.5643	0.0670	0.1310	0.9881	1.2996		2.18
Obreros no agrícolas		6.6992	0.3900	1.8158	0.1127	0.1790	0.9813	1.4152		2.23
Artesanos y operarios		7.3102	0.6213	1.9687	0.1729	0.3377	0.9567	0.8255	*	2.18
Jornaleros y conductores no especificados		6.7817	0.4867	1.8015	0.1406	0.2234	0.9709	1.2410	-	2.23
Total		5.8397	0.2609	1.4593	0.0726	0.1418	0.9854	1.1795	N.D.	2.18

Tabla 9

COLOMBIA

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESO DE PARETO POR NIVEL OCUPACIONAL

Area Urbana (P.E.A.)

Nivel Ocupacional		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin-Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Profesionales técnicos	N.C	4.9801	0.5349	1.0212	0.1488	0.2908	0.8925	0.5082	*	2.18
Profesionales no técnicos		5.2279	0.3726	1.1407	0.1037	0.2026	0.9538	0.7162	*	2.18
Directores y funcionarios públicos superiores	N.C	3.8517	0.4029	0.6142	0.1121	0.2190	0.8450	0.3923	*	2.18
Personal administrativo y similares		6.1552	0.4555	1.4816	0.1268	0.2476	0.9587	0.7834	*	2.18
Comerciantes y vendedores		5.3771	0.3545	1.2447	0.0986	0.1927	0.9643	0.6974	*	2.18
Trabajadores de los servicios		6.4235	0.3730	1.7582	0.1038	0.2028	0.9797	1.1701	N.D.	2.18
Trabajadores agrícolas y forestales		5.3904	0.1867	1.3551	0.0519	0.1015	0.9912	2.1420	—	2.18
Obreros no agrícolas		6.8831	0.4505	1.8577	0.1301	0.2068	0.9763	1.1450	N.D.	2.23
Artesanos y operarios		7.3731	0.6617	1.9863	0.1841	0.3597	0.9521	0.8091	*	2.18
Jornaleros y conductores, no especificados		6.9757	0.5584	1.8572	0.1613	0.2563	0.9643	1.0815	N.D.	2.23
Total		5.7036	0.2968	1.3789	0.0826	0.1614	0.9791	1.0219	N.D.	2.18

Tabla 10

COLOMBIA

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PARETO

POR NIVEL OCUPACIONAL

AREA RURAL (P.E.A)

Nivel Ocupacional			Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin-Watson		t ((α ,g)
			a	Error	b	Error					
(1)		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Profesionales técnicos			4.2222	0.3805	0.8209	0.1078	0.1909	0.9168	0.9792	N.D.	2.20
Profesionales no técnicos			6.7193	1.9944	1.7885	0.6460	0.5543	0.8107	1.2461	—	2.78
Directores y funcionarios públicos superiores			3.3352	0.2162	0.4695	0.0602	0.1175	0.9132	0.9793	N.D.	2.18
Personal administrativo y similares			4.6462	0.3681	1.0398	0.1142	0.1233	0.9656	1.5063	—	2.45
Comerciantes y vendedores			5.7446	0.3095	1.4681	0.0911	0.1301	0.9831	1.6173	—	2.26
Trabajadores de los servicios			6.5371	0.5397	1.8701	0.1615	0.2106	0.9714	1.4315	—	2.31
Trabajadores agrícolas y forestales			6.8135	0.3589	1.9445	0.1037	0.1647	0.9861	1.5102	—	2.23
Obreros no agrícolas			6.2107	0.5477	1.7430	0.1612	0.2303	0.9636	0.7710	*	2.26
Artesanos y operarios			6.4255	0.6402	1.7314	0.1949	0.2327	0.9584	1.4415	—	2.36
Jornaleros y conductores			6.3865	0.4680	1.7312	0.1377	0.1968	0.9727	1.4843	—	2.26
Total			6.0177	0.2515	1.6474	0.0700	0.1367	0.9893	1.3279	—	2.18

Tabla 11

COLOMBIA

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PARETO

POR NIVEL EDUCACIONAL

TOTAL NACIONAL (Jefes de Hogar)

Nivel Ocupacional		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin - Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Ninguna		6.9715	0.9665	1.8904	0.2876	0.3850	0.9467	1.1428	N.D.	2.57
Primaria urbana		6.2677	0.7068	1.5553	0.1974	0.3524	0.9480	0.9249	*	2.36
Primaria rural		6.6457	0.5608	1.7551	0.1566	0.2796	0.9732	1.2779	—	2.36
Total primaria 1/		6.3556	0.6355	1.6050	0.1775	0.3168	0.9598	0.8906	*	2.36
Bachillerato básico	N.C	5.1866	0.5820	1.1410	0.1625	0.2902	0.9357	0.8071	*	2.36
Bachillerato clásico	N.C	4.5456	0.6498	0.8911	0.1814	0.3239	0.8804	0.8396	*	2.36
Otra secundaria	N.C	4.4687	0.9176	0.8818	0.2731	0.3655	0.8221	0.7765	*	2.57
Secundaria técnica o vocacional	N.C	4.1180	0.5539	0.7597	0.1595	0.2486	0.8891	0.9232	*	2.45
Normal	N.C	4.7695	0.5644	0.9835	0.1576	0.2814	0.9207	0.9659	N.D.	2.36
Total secundaria 2/	N.C	4.8455	0.6122	1.0081	0.1710	0.3052	0.9124	0.8288	*	2.36
Superior universitaria	N.C	3.5185	0.5268	0.5180	0.1471	0.2626	0.7997	0.7839	*	2.36
Otras	N.C	3.7898	0.4554	0.6448	0.1311	0.2044	0.8951	0.6969	*	2.45

1/ Incluye: Primaria urbana y rural. - 2/ Incluye: Bachillerato básico, clásico y otra secundaria.

Tabla 12
COLOMBIA
PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PARETO
POR NIVEL EDUCACIONAL
Area Urbana (Jefes de Hogar)

Nivel Ocupacional		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin-Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Ninguna		6.2698	0.8448	1.6162	0.2514	0.3365	0.9445	1.1183	N.D.	2.57
Primaria urbana		6.2760	0.7630	1.5452	0.2131	0.3804	0.9394	0.9335	N.D.	2.36
Primaria rural		5.6729	0.7977	1.3767	0.2374	0.3177	0.9330	0.9296	*	2.57
Total primaria 1/		6.3219	0.7528	1.5638	0.2102	0.3753	0.9422	0.8896	*	2.36
Bachillerato básico		5.1281	0.5776	1.1179	0.1613	0.2880	0.9342	0.7740	*	2.36
Bachillerato clásico		4.5399	0.6595	0.8873	1.1842	0.3288	0.8765	0.8407	*	2.36
Otra secundaria		4.4597	0.8915	0.8798	0.2653	0.3551	0.8292	0.7785	*	2.57
Secundaria técnica o vocacional		4.0807	0.5483	0.7456	0.1579	0.2461	0.8876	0.9246	*	2.45
Normal		4.6995	0.5725	0.9555	0.1599	0.2854	0.9144	0.9500	N.D.	2.36
Total secundaria 2/		4.8040	0.6063	0.9916	0.1693	0.3023	0.9113	0.7957	*	2.36
Superior universitaria		3.5432	0.5442	0.5258	0.1520	0.2713	0.7942	0.8075	*	2.36
Otras		3.7276	0.4297	0.6233	0.1237	0.1929	0.8994	0.7315	*	2.45

1/ Incluye: Primaria urbana y rural.- 2/ Incluye: Bachillerato básico, clásico y otra secundaria.

Tabla 13-

COLOMBIA

PARAMETROS ESTIMADO DE LA DISTRIBUCION DE PARETO

DE INGRESO POR NIVEL EDUCACIONAL

AREA RURAL (Jefes de Hogar)

Nivel Ocupacional		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente Correlación	Coeficiente Durbin- Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Ninguna		7.1835	0.8427	1.9883	0.2508	0.3357	0.9624	1.1721	N.D.	2.57
Primaria urbana		6.2670	0.4536	1.6161	0.1266	0.2261	0.9791	1.0996	N.D.	2.36
Primaria rural		6.5914	0.5112	1.7632	0.1428	0.2549	0.9778	1.5356	-	2.36
Total primaria 1/.		6.3893	0.4372	1.6791	0.1221	0.2179	0.9820	1.2829	-	2.36
Bachillerato básico	N.C	5.3887	0.6625	1.2831	0.1908	0.2973	0.9396	1.2554	-	2.45
Bachillerato clásico	N.C	4.3385	0.4324	0.8694	0.1245	0.1941	0.9436	1.1275	N.D.	2.45
Otra secundaria	N.C	2.0000	0.00002	0.000015	0.000008	0.000008	0.0039	0.4074	*	3.18
Secundaria técnica o vocacional	N.C	2.9932	0.3885	0.4040	0.1296	0.1003	0.9113	2.6305	-	4.30
Normal		3.9631	1.3211	0.7474	0.4408	0.3411	0.7678	2.0415	-	4.30
Total secundaria 2/	N.C	4.8792	0.4927	1.0802	0.1419	0.2211	0.9519	1.2080	N.D.	2.45
Superior universitaria	N.C	3.2489	0.3719	0.4329	0.10.38	0.1854	0.8447	0.6817	*	2.36
Otras		3.2785	0.5953	0.4788	0.1830	0.2121	0.7941	1.2379	-	2.78

1/ Incluye Primaria urbana y rural.- 2/ Incluye: Bachillerato básico, clásico y otra secundaria.

Tabla 14

COLOMBIA

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESO DE PARETO

POR POSICION OCUPACIONAL

Total Nacional y por áreas

Posición Ocupacional		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin– Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error			(9)	(10)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Total nacional										
Cuenta propia		6.2888	0.2275	1.6703	0.0633	0.1237	0.9915	1.6564	—	2.18
Empleador		4.8653	0.2417	1.0722	0.0673	0.1314	0.9772	0.7738	*	2.18
Obreros		7.5850	0.6370	2.1965	0.1840	0.2924	0.9666	1.1155	N.D.	2.23
Empleados		5.8184	0.3428	1.3996	0.0954	0.1864	0.9732	0.8972	*	2.18
Total urbano										
Cuenta porpia	N.C	6.1866	0.3044	1.5896	0.0847	0.1655	0.9834	1.0337	N.D.	2.18
Empleador		4.6023	0.3120	0.9351	0.0868	0.1696	0.9519	0.5534	*	2.18
Obreros		6.6362	0.4886	1.8185	0.1360	0.2656	0.9680	0.9099	*	2.18
Empleados		5.8362	0.3631	1.3984	0.1010	0.1974	0.9700	0.8666	*	2.18
Total rural										
Cuenta propia		7.5338	0.4068	2.1923	0.1197	0.1711	0.9868	1.7650	—	2.26
Empleador		5.6761	0.2067	1.4359	0.0578	0.1129	0.9903	1.6635	—	2.18
Obreros		6.2804	0.7293	1.8599	0.2067	0.3658	0.9383	0.6131	*	2.20
Empleados		5.9853	0.2626	1.5328	0.0731	0.1428	0.9866	1.4725	—	2.18

Tabla 15
ECUADOR
PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PARETO
POR CATEGORIA DE OCUPACION
Area Urbana (P.E.A.)

Categoría de Ocupación		Coeficiente Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin— Watson		t (α, g)
		a	Error	b	Error			(9)	(10)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Total		5.0243	0.3125	1.1860	0.0955	0.1809	0.9691	0.4645	*	2.23
Hombres		4.9419	0.3464	1.1389	0.1058	0.2006	0.9594	0.4434	*	2.23
Mujeres		5.5160	0.3084	1.4277	0.0942	0.1786	0.9789	0.7870	*	2.23
Empleado o asalariado		5.2242	0.3314	1.2625	0.1012	0.1918	0.9693	0.4528	*	2.23
Patronos	N.C.	3.8500	0.2826	0.7011	0.0863	0.1636	0.9318	0.4276	*	2.23
Cuenta propia		5.3725	0.3854	1.3203	0.1177	0.2231	0.9624	0.4849	*	2.23

Tabla 16

ECUADOR

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PARETO

POR RAMA DE ACTIVIDAD ECONOMICA

Area Urbana (P.E.A.)

Actividad Económica		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin- Watson		t (α, g)
		a	Error	B	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Total		4.9631	0.2929	1.1644	0.0895	0.1696	0.9717	0.4776	*	2.23
Agricultura, silvicultura, caza y pesca	N.C.	4.5346	0.1554	1.0239	0.0475	0.0900	0.9894	0.7555	*	2.23
Explotación minas y canteras	N.C.	3.8073	0.5235	0.7018	0.1773	0.2036	0.8508	0.9650	N.D.	2.45
Industria manufacturera		5.4039	0.2947	1.3513	0.0900	0.1706	0.9785	0.7795	*	2.23
Construcción		5.3411	0.4227	1.2928	0.1291	0.2447	0.9536	0.8902	*	2.23
Electricidad, gas, agua y servicios sanitarios	N.C.	3.8373	0.6047	0.7208	0.2116	0.1984	0.8362	1.1683	N.D.	2.57
Comercio		4.8630	0.3518	1.1103	0.1075	0.2037	0.9562	0.4457	*	2.23
Transporte, almacenamiento comunicaciones		5.4703	0.4696	1.3244	0.1434	0.2718	0.9460	0.4384	*	2.23
Servicios		4.8231	0.2686	1.1191	0.0821	0.1555	0.9741	0.4932	*	2.23
Actividades no bien especificadas	N.C.	3.3643	0.1313	0.5867	0.0401	0.0760	0.9773	0.8158	*	2.23

Tabla 17

ECUADOR

PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PARETO

POR GRUPO PRINCIPAL DE OCUPACION

Area Urbana (P.E.A.)

Grupos de Ocupación		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Durbin- Watson		t(α ,g)
		a	Error	b	Error					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Ambos sexos		4.9631	0.2929	1.1644	0.0895	0.1696	0.9717	0.4776	*	2.23
Prof. técnicos y fines	N.C.	4.4916	0.4733	0.9313	0.1446	0.2740	0.8976	0.3905	*	2.23
Gerente administ. y afines	N.C.	3.2894	0.3723	0.4722	0.1137	0.2155	0.7955	0.4747	*	2.23
Oficinistas y afines		4.9106	0.3932	1.1095	0.1201	0.2276	0.9461	0.4066	*	2.23
Vendedores y similares		4.8891	0.2879	1.1336	0.0880	0.1667	0.9711	0.4546	*	2.23
Agricultores, pescadores, madereros y afines	N.C.	4.5780	0.1593	1.0422	0.0487	0.0923	0.9892	0.8215	*	2.23
Mineros canteros y afines	N.C.	3.3715	0.6058	0.5533	0.2197	0.1570	0.7835	1.9090	—	2.78
Conductores de transporte y afines		5.4709	1.0231	1.3273	0.3367	0.4506	0.8304	0.7485	*	2.36
Artesanos y operarios		6.6041	0.4781	1.8009	0.1461	0.2768	0.9686	0.6670	*	2.23
Obreros, jornaleros, neoc. Trab. de servicios y afines		5.9589	0.4336	1.5424	0.1325	0.2510	0.9650	0.6481	*	2.23
Otros trabajadores neoc.	N.C.	5.2857	0.2446	1.3821	0.0747	0.1416	0.9857	0.9224	*	2.23
		3.6037	0.2203	0.6172	0.0673	0.1275	0.9450	0.6858	*	2.23

Tabla 18
ECUADOR
PARAMETROS ESTIMADOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESO DE PARETO
POR NIVEL EDUCACIONAL

Area Urbana (P.E.A.)

Nivel Educativo		Coeficiente α		Coeficiente β		Error Estándar	Coeficiente de Correlación	Coeficiente Darbin-Watson ^t (α, g)		
		a	Error	b	Error			(9)	(10)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Total		4.9649	0.2926	1.1649	0.0894	0.1694	0.9717	0.4787	*	2.23
Hombres		4.9166	0.3342	1.1306	0.1021	0.1935	0.9615	0.4496	*	2.23
Mujeres		5.2610	0.2702	1.3336	0.0826	0.1565	0.9813	0.8258	*	2.23
Sin estudio		6.6357	0.4250	1.8898	0.1329	0.2278	0.9785	1.7768	—	2.26
Primaria de 1 a 3		5.5730	0.3563	1.4615	0.1089	0.2063	0.9733	0.9107	*	2.23
Primaria de 4 a 6		6.0151	0.4069	1.5699	0.1243	0.2356	0.9700	0.4859	*	2.23
Secundaria de 1 a 3		5.5877	0.4351	1.3827	0.1329	0.2159	0.9567	0.4305	*	2.23
Secundaria de 4 a 6	N.C.	4.5655	0.3842	0.9703	0.1174	0.2224	0.9339	0.3913	*	2.23
Superior de 1 a 3	N.C.	4.4109	0.6980	0.8853	0.2132	0.4041	0.7956	0.5595	*	2.23
Superior de 4 a 6	N.C.	3.1903	0.3001	0.4348	0.0917	0.1737	0.8319	0.3538	*	2.23

CAPITULO IV

LA DISTRIBUCION DE LORENZ

1- DESCRIPCION

Esta es una relación funcional que expresa el porcentaje acumulado de perceptores de ingreso como una función del porcentaje acumulado de ingreso [10]

Si:

Z = Fracción (porcentaje) acumulativa de ingresos

$$(0 \leq Z \leq 1)$$

W = Fracción (porcentaje) acumulativa de población

$$(0 \leq W \leq 1)$$

La función de Lorenz es tal que:

$$Z = f(W) \quad (17)$$

La expresión explícita de esta función puede encontrarse haciendo uso de las propiedades de la función de Pareto ya analizadas. Si en las ecuaciones (15) y (16) se hace que:

$$K = \frac{Y_x}{Y_o}$$

Se obtiene:

$$Z = 1 - K^{(1-b)} \quad (18)$$

$$W = 1 - K^{-b} \quad (19)$$

De donde: $K = (1 - Z)^{1/(1-b)} \quad (20)$

$$K = (1 - W)^{-1/b} \quad (21)$$

y por lo tanto: $(1 - Z)^{1/(1-b)} = (1 - W)^{-1/b} \quad (22)$

con lo cual la curva de Lorenz que relaciona a Z con W es:

$$Z = 1 - (1-W)^{1-1/b} \quad (23)$$

donde b es la estimación del coeficiente β de Pareto ya discutido. [5]

2 PROPIEDADES DE LA FUNCION DE LORENZ

Aprovechando la expresión analítica de la ecuación (23) pueden obtenerse dos propiedades muy importantes de la función de Lorenz.

a) Ingreso Promedio para un Intervalo en la Distribución

La función de Pareto permite obtener una estimación del ingreso medio de la comunidad expresado por la ecuación (14). Este promedio corresponde (por la relación doble logarítmica) a un promedio de tipo geométrico que mide el promedio de ingreso para todo el universo en estudio. La función de Lorenz permite obtener el promedio de ingreso que corresponde a cualquier intervalo (proporción de personas) en la distribución expresado como una proporción del ingreso promedio total de la forma siguiente:

$$\bar{Y}_i = \frac{\Delta Z_i}{\Delta W_i} \bar{Y} \quad (24)$$

Donde : $\Delta Z_i = [1 - (1 - W_{i_s})^{1-1/b}] - [1 - (1 - W_{i_j})^{1-1/b}]$

$$\Delta W_i = W_{i_s} - W_{i_j};$$

$\bar{Y}$ = Ingreso promedio de la comunidad

W_{i_s} y W_{i_j} = Límites superior e inferior de la fracción acumulativa de personas para el intervalo i.

El intervalo i considerado puede ser cualquier porcentaje entre 0o/o y 100o/o. Los intervalos más usados corresponden a los percentiles de la distribución.

b) Nivel de Ingreso que Corresponde a un Punto.

Otra propiedad muy importante de la curva de Lorenz es que permite determinar cualquier nivel de ingreso Y_x correspondiente a un punto cualquiera (W_x) en la función. [5] La relación:

$$Y_x = (1 - 1/b) (1 - W_x)^{-1/b} \bar{Y} \quad (25)$$

expresa dicho nivel de ingreso como directamente proporcional al ingreso promedio siendo $(1 - 1/b) (1 - W_x)^{1/b}$ la razón de proporcionalidad.

3.RESULTADOS PRACTICOS – APLICACIONES AL CASO COLOMBIANO.

3.1 Estimación de Distribución de Ingresos

Partiendo el coeficiente b obtenido mediante la función de Pareto puede determinarse directamente la función (23):

$$Z = 1 - (1 - W)^{1 - 1/b}$$

donde:

Z = Fracción acumulativa de ingreso

W = Fracción acumulativa de población

b = Coeficiente de Pareto.

Por ejemplo si se desea conocer los porcentajes de ingreso (Z_1 y Z_2) que reciben el 20o/o (W_1) y el 80o/o (W_2) de la población, haciendo uso del coeficiente b estimado para Colombia, se tendría:

$$Z_1 = 1 - (1 - .20)^{1 - (1/1,4593)} = 6,780/o$$

$$Z_2 = 1 - (1 - .80)^{1 - (1/1,4593)} = 39,740/o$$

De esta manera pueden deducirse distribuciones teóricas de niveles de ingresos recibidos por diferentes grupos (o porcentajes) de la población. Con estos resultados inclusive pueden elaborarse gráficos de Lorenz y computarse cualquier otro tipo de funciones y coeficientes analíticos de ingresos.

Se ha elaborado para Colombia una distribución teórica de ingresos (Tabla 19) la cual está representada en el gráfico 4. En el mismo gráfico se ha dibujado la curva de Lorenz resultante de la distribución observada en la muestra. Más adelante se explica con detalle esta comparación (punto 3.4).

3.2 Ingreso Promedio para un Intervalo de Ingreso Cualquiera en la Distribución.

Puede aprovecharse los ajustes de la curva de Lorenz para determinar el ingreso promedio que corresponde a cualquier intervalo de ingreso. Aplicando la función (24):

$$\bar{Y}_i = \frac{\Delta Z_i}{\Delta W_i} \bar{Y}$$

donde:

$$\Delta Z_i = 1 - (1 - W_{is})^{1-1/b} - 1 - (1 - W_{i_i})^{1-1/b}$$

$$\Delta W_i = W_{i_s} - W_{i_i}$$

$\bar{Y}$ = Ingreso promedio de la comunidad.

W_{i_s} y W_{i_i} = Límites superior(s) e inferior(i) de la fracción acumulativa de familias para el intervalo i

Si por ejemplo queremos el ingreso promedio que corresponde al 9o. decil (W_9), para la distribución del ingreso del total nacional de Colombia, se tiene:

$$\bar{Y}_9 = \frac{[1 - (1 - 0.9)^{1-1/b}] - [1 - (1 - 0.8)^{1-1/b}]}{0.9 - 0.8} \bar{Y}$$

y como $b = 1.4593$, se tiene:

$$\bar{Y}_9 = 0.871 \bar{Y}$$

Esto significa que las familias pertenecientes al noveno decil de la distribución reciben un ingreso promedio equivalente al 87.10o/o del ingreso promedio de la comunidad. Si asumimos que el ingreso promedio de la comunidad es el obtenido según la ecuación (14) (\$794.31), entonces el ingreso promedio del 9o. decil será:

$$\bar{Y}_9 = 0.871 (\$794,31) = \$ 691,84$$

Igual cálculo podría hacerse para cualquier otro punto.

3.3 Ingreso por Unidad Perceptora que Corresponde a un Pundo Dado.

Es deseable poder determinar el nivel de ingreso que corresponde a cualquier punto en la curva de Lonrez. Si evaluamos la función de Lorenz en un punto W_x cualquiera, el nivel de ingreso Y_x que le corresponde está dado por la expresión (25):

$$Y_x = (1 - 1/b) (1 - W_x)^{-1/b} \bar{Y}$$

Por ejemplo, si $b = 1,4593$ el nivel de ingreso que corresponde al percentil . 25 será:

$$Y_{25} = (0.314740) (1 - .25)^{-0.685260} \bar{Y}$$

$$Y_{.25} = 0.383315 \bar{Y}$$

O sea el nivel de ingreso es igual al 38o/o del ingreso promedio de la comunidad. En términos de ingresos promedios, si $\bar{Y} = \$794.31$ el nivel de ingreso del percentil .25 (primera cuarta parte) es \$304.46 (*).

La posibilidad de identificar el nivel de ingreso que corresponde a un punto cualquiera de la curva de Lorenz puede ser usada para comparar las distribuciones de ingreso para diferentes clasificaciones del mismo.

4. APLICACIONES PARA EL CASO DEL ECUADOR.

a) La función de Lorenz para el área urbana del Ecuador viene dada por:

$$Z = 1 - (1 - W)^{0.1416}$$

Por ejemplo, los porcentajes acumulativos de ingreso que corresponden a los porcentajes acumulativos de personas del 20o/o y 80o/o son respectivamente:

$$Z = 1 - (1 - .20)^{0.1416} = 3.11\text{o/o}$$

$$Z = 1 - (1 - .80)^{0.1416} = 20.38\text{o/o}$$

b) El ingreso promedio para un intervalo en la distribución que corresponde, por ejemplo al 9o. decil es:

$$\bar{Y}_{.9} = \frac{[1 - (1 - .9)^{0.1416}] - [1 - (1 - .8)^{0.1416}]}{.9 - .8} \bar{Y}$$

$$\bar{Y}_{.9} = .7440 \bar{Y}$$

luego las personas que pertenecen al noveno decil de la distribución tienen un promedio de ingreso equivalente al 74.40o/o del ingreso promedio del área urbana del país.

c) El ingreso por perceptor que corresponde a un punto dado Y_x en un punto cualquiera W_x , por ejemplo 0.25, será:

$$Y_{.25} = 0.1416 (1 - .25)^{-0.8584} \bar{Y}$$

$$\bar{Y}_{.25} = 0.1813 \bar{Y}$$

(*) Estos resultados pueden darse por intervalos suponiendo constantes a Y_x y W_x y a "b" como variable aleatoria.

Conocido $\bar{Y}$ puede cuantificarse $\bar{Y}_{.25}$ en la misma forma como se procedió en el ejemplo para Colombia.

5. GRAFICO DE LORENZ

Mediante la relación funcional (23) se puede construir la conocida curva de Lorenz, representada en el gráfico 3. Este tipo de representación gráfica es muy útil por cuanto permite visualizar el grado de igualdad existente en una distribución de ingresos. La igualdad completa se representa a través del eje de 45° ya que cualquier punto localizado sobre él corresponde a porcentajes iguales de perceptores y de ingresos ($Z=W$). Entre más se aleje la curva de Lorenz de esta línea de equidistribución tanto mayor será el grado de desigualdad en la distribución del ingreso.

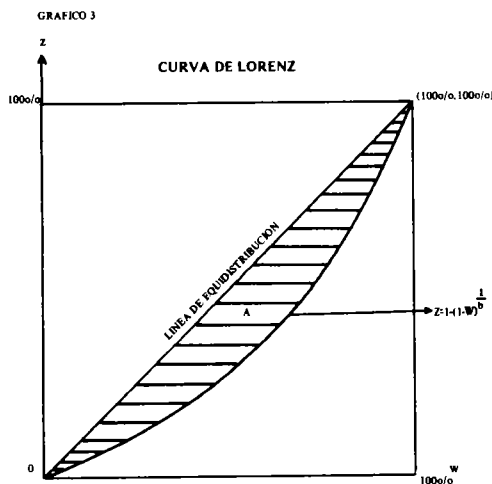
5.1 Resultados Prácticos

Aprovechando los ajustes de la distribución de Pareto presentados en las tablas de resultados se pueden calcular y representar gráficamente con facilidad para Colombia y Ecuador las curvas de Lorenz. Conociendo el estimador b de β , bastará con dar valores a W para determinar los correspondientes valores de Z . Así por ejemplo en la distribución de Pareto que corresponde al total nacional colombiano el estimativo de β es tal que $b = 1.4593$, con el cual la función de Lorenz quedaría:

$$Z = 1 - (1 - W)^{1-1/1.4593} \quad (26)$$

Si se quiere calcular el porcentaje del ingreso total que recibe el 80o/o del pueblo colombiano se tendría:

$$Z = 1 - (1 - .80)^{1-1/1.4593} = 39.74\text{o/o}$$



En el gráfico 4 se representan las distribuciones obtenidas a través de la muestra (datos observados, tabla 1), y estimada mediante la ecuación (23) (datos teóricos, Tabla 19). Se observa que en la primera parte la función teórica está por encima de la observada; a medida que se avanza hacia la derecha las curvas se aproximan para cortarse y posteriormente situarse la función observada por encima de la teórica. Cuando el valor de b es muy próximo a uno (absoluta desigualdad en el ingreso) las curvas se cortan en la vecindad del origen, mientras que cuando mayor es b (mayor igualdad en la distribución) las curvas tienden a cortarse en el punto (100o/o, 100o/o). Se ha observado que el valor de b suele estar alrededor de 1.50 por lo cual las curvas se cortan en la parte intermedia mientras que difieren en los valores extremos. Esto se debe a que la función de Lorenz depende directamente del coeficiente b de la función de Pareto la cual se ha comprobado, no se ajusta bien a valores extremos de los ingresos [12]

Tabla No. 19

TOTAL NACIONAL—COLOMBIA

DISTRIBUCION OBSERVADA Y TEORICA DE INGRESOS

TEORICA

W	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Z	3.92	6.98	10.60	14.90	19.60	25.00	31.50	39.79	51.50	100.0

OBSERVADA

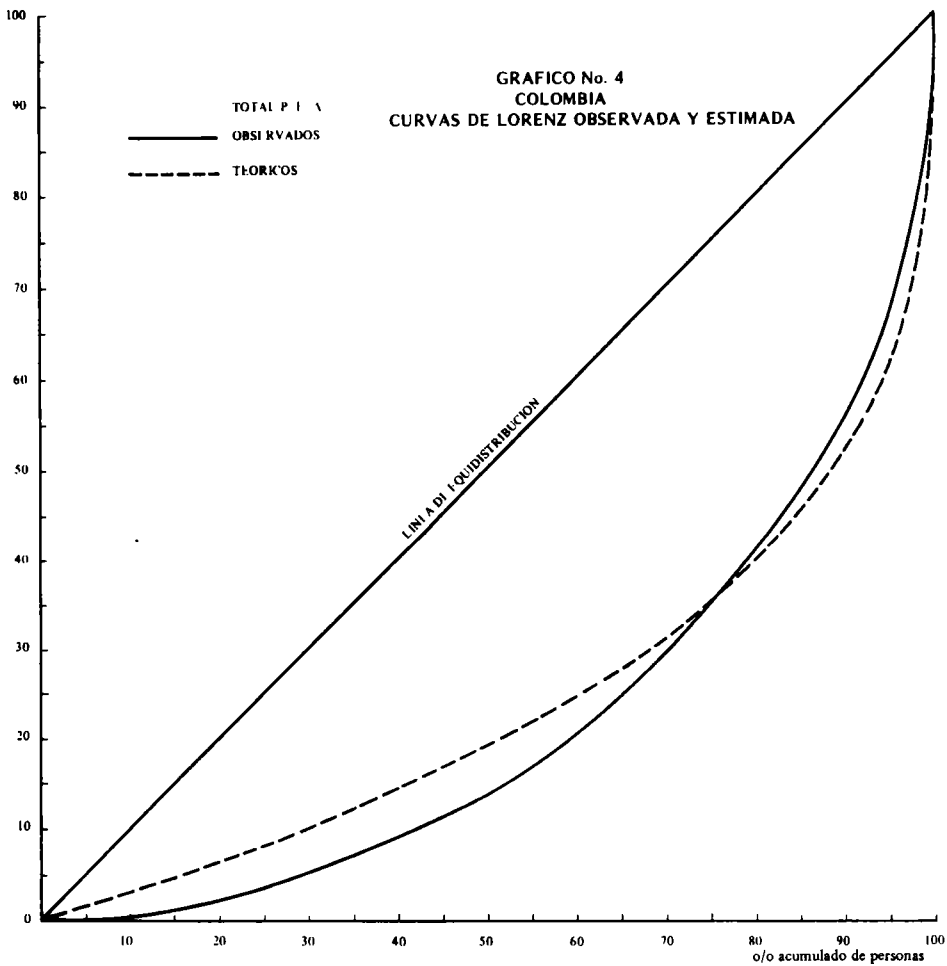
W	40.00	72.0	84.30	90.10	93.10	94.50	96.30	98.50	99.70	100.0
Z	9.40	32.0	46.50	56.10	62.50	66.20	72.30	82.80	93.60	100.0

W=POBLACION

Z=INGRESOS

La curva de Lorenz es de gran utilidad cuando se quiere comparar varias distribuciones en un mismo gráfico: aquella distribución cuya curva se acerque más a la línea de 45° , será la que presenta mayor igualdad, y por el contrario, aquella que más se aleje representará la mayor concentración de ingresos en pocos perceptores. El gráfico no es tan explícito cuando las curvas consideradas se cortan, pues en esas circunstancias no es posible efectuar comparaciones más detalladas y con más precisión. Igualmente, se obtienen mejores resultados cuando se cuenta con información suficiente sobre todo para los niveles extremos de las distribuciones, las cuales por presentar generalmente más dificultades de ser observadas deben ser investigadas más cuidadosamente.

o/o acumulado de ingresos



CAPITULO V

FUNCION DE GINI

1.DESCRIPCION

La función de Pareto relaciona el logaritmo del porcentaje acumulado de perceptores de ingreso con el logaritmo de los niveles de ingreso. La función de Lorenz presenta la relación, en escala aritmética, entre el porcentaje acumulado de perceptores de ingreso y el porcentaje acumulado de ingreso total. Corrado Gini propuso [11] una relación doble logarítmica de la forma:

$$\log N = \pi + \delta \log Y_x \quad (27)$$

donde N es el número de perceptores de ingreso con un ingreso mayor o igual a un nivel X y Y_x es el agregado de ingreso hasta el mismo nivel X. π y δ son parámetros a estimar, generalmente usando el método de los mínimos cuadrados. La estimación más importante es la del parámetro δ pues cuanto menor sea su valor (menor pendiente de la función) mayor será el grado de igualdad en la distribución.

2. GRAFICO DE GINI

Para lograr una representación gráfica de la función de Gini se prefiere trabajar en el eje horizontal con el logaritmo del porcentaje acumulado de ingreso agregado, y en el eje vertical con el logaritmo del porcentaje acumulado de perceptores de ingreso. Este tipo de representación difiere del propuesto por Gini porque en lugar de valores absolutos se toma porcentajes, no obstante esta modificación no desvirtua en nada los resultados y más bien hace más práctico y fácil el análisis [12]. Para comodidad en la interpretación del gráfico la lectura de eje horizontal se hace de derecha a izquierda.

3.RESULTADOS PRACTICOS

En base a los datos disponibles se han calculado funciones de Gini que corresponden a todos los ajustes Paretianos presentados en las tablas de resultados, tanto para Colombia como para el Ecuador, para algunas variables de importancia.

En la figura 5 se presenta el gráfico de Gini que corresponde a Colombia, total nacional y por áreas urbana y rural. La línea de equidistribución corresponde al eje de 45° ; tiene este nombre por cuanto todo punto localizado sobre ella corresponde a un mismo valor en su ordenada (logaritmo del porcentaje acumulado de ingreso total) y en su abscisa (logaritmo del porcentaje acumulado de perceptores de ingreso). En la parte inferior del gráfico se han dibujado las funciones que corresponden a los tres totales. Las distribuciones utilizadas para los gráficos están contenidas en las tablas 20, 21 y 22 columnas 6 y 7.

Para interpretar el gráfico se ha de observar cual es el grado de aproximación de las curvas a la línea de equidistribución. Cuanto mayor sea esta aproximación mayor será el grado de igualdad en la distribución del ingreso. El gráfico 5 muestra que la distribución del ingreso en el área rural de Colombia es más igualitaria que en el área urbana. Esta representación puede ser utilizada para determinar cualquier porcentaje de ingreso o de personas. Así por ejemplo, se puede ver que el 30o/o del ingreso total del área rural está en manos de un 7o/o de personas. En el mismo gráfico se han consignado los resultados del ajuste de la función para los grupos considerados. Se observa que las tres funciones tienen coeficientes σ (desviación estándar) muy semejantes siendo ligeramente menor para el total nacional, aunque su curva es la que más se aleja de la línea de equidistribución. No sucede lo mismo con la curva del área rural cuya función tiene una desviación estándar bastante baja (apenas 0.01 más que la nacional) y es la que más se acerca a la línea de equidistribución.

El gráfico de Gini se suele complementar representando también el inverso de la función. Estas curvas se localizan en la parte superior del gráfico. Para esta representación (gráfico 5) se ha utilizado la información de las tablas 20, 21 y 22 columnas 8 y 9 referentes a los porcentajes acumulados de personas y de ingreso total (porcentajes de bajos a altos ingresos). La interpretación del gráfico en este caso es la misma pues la distribución más igualitaria corresponderá a aquella cuya línea este más proxima a la línea de equidistribución. [12]

En el gráfico 6 se comparan las distribuciones de ingreso que corresponde a las 5 regiones consideradas en la encuesta de hogares de Colombia. Se ve aquí como la distribución de ingreso es más igualitaria en Bogotá, en tanto que las mayores desigualdades corresponden a la región Oriental y a la Pacífica.

Para el Ecuador, área urbana por sexos, los resultados de las curvas de Gini son presentados en el gráfico 7 el cual nos muestra que la mejor distribución del ingreso corresponde a los hombres. La base para estas representaciones es la tabla 23.

4. INDICE DE CONCENTRACION DE GINI

A través de los gráficos de Pareto y de Gini se puede obtener una idea cualitativa del grado de igualdad de la distribución. Sin embargo, Gini ha ideado una medida cuantitativa del grado de concentración del ingreso con aplicabilidad a la curva de Lorenz. El índice relaciona el área comprendida entre la línea de equidistribución y la curva de Lorenz con el área del triángulo formado por la línea de equidistribución y las coordenadas (*). Tomando como referencia el gráfico 7 el índice de Gini viene dado por:

$$G = \frac{A}{0.5} \quad (28)$$

siendo A el área sombreada en dicho gráfico.

Aprovechando los resultados de la función de Pareto y como una propiedad importante

* La referencia [17] presenta una detallada y práctica descripción del coeficiente y la forma de estimarlo a través de aproximaciones acumulativas.

de esta, se puede obtener un estimativo simple del índice de concentración de Gini, a través de la relación. [4]

$$G = \frac{1}{2b-1} \quad (29)$$

Para interpretar el índice obsérvese que si la curva de Lorenz se superpone a la línea de equidistribución, hay perfecta igualdad en la distribución. En este caso el área A del gráfico 3 se reduce a cero y por ende el valor de G en la ecuación (28) es cero. Para que esto suceda el valor de b debe tender a infinito. Por otro lado cuanto más se aparte la curva de Lorenz de la línea de equidistribución mayor será el grado de desigualdad. La desigualdad es máxima cuando el área A del gráfico 3 es igual a 1/2 y en este caso el valor de G en la ecuación (28) es uno. Además para que esto suceda el valor de b debe tender a la unidad; en caso de ser exactamente uno se presentaría una indeterminación. De lo anterior se deduce que el índice de concentración de Gini varía entre cero y uno. Cuando es cero hay perfecta igualdad en la distribución del ingreso y cuando es uno la desigualdad es absoluta. Estas conclusiones refutan la afirmación de Pareto según la cual cuanto menor sea b mayor será la igualdad de la distribución.

Una buena aproximación por segmentos de recta a la curva de Lorenz para obtener el índice de concentración de Gini se logra con la expresión: [17]

$$G = 1 - (2) \left[\sum_{i=1}^n (W_i - W_{i-1}) Z_{i-1} + \frac{1}{2} (W_i - W_{i-1}) (Z_i - Z_{i-1}) \right] \quad (30)$$

Cuando el índice obtenido con la ecuación (29) difiere mucho del obtenido en (30) puede inuírse que el ajuste de la función de Pareto es muy deficiente, siendo necesario aplicar el método de los cuartiles para determinar el ingreso mínimo, que puede ser la causa de la discrepancia.

4.1 Resultados Prácticos

Para la distribución del ingreso que corresponde al total colombiano el índice de Gini es:

$$G = \frac{1}{2(1,4593) - 1} = 0.5212$$

valor muy cercano al obtenido haciendo uso de la ecuación (30) que arroja un índice de 0.535.

Se puede construir un intervalo de confianza para el coeficiente de la ecuación (29) tomando en cuenta que la única variable aleatoria que en ella aparece es el coeficiente b. Así se tiene que la estimación para G con un nivel de significación del 5o/o es:

$$0.4492 \leq G \leq 0.6211$$

El límite inferior se obtiene reemplazando en (29) a b por 1.6132 (límite superior en la estimación por intervalo de b), y el superior reemplazando a b por 1,3050 (límite inferior del mismo intervalo)

Tabla 20

COLOMBIA

DISTRIBUCION DE INGRESO DE LA P.E.A.

TOTAL NACIONAL

Código	Ingreso (Media de Intervalo)	Perso nas	Ingreso Total	o/o de personas	o/o de ingreso	o/o acumulado de personas↓	o/o acumulado de ingreso↓	o/o acumulado de personas↑	o/o acumulado de ingreso↑
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	250	5.994	1.498.500	40.0	9.4	100.00	100.0	40.0	9.4
2	750	4.790	3.592.500	32.0	22.6	60.0	90.6	72.0	32.0
3	1.250	1.846	2.307.500	12.3	14.5	28.0	68.0	84.3	46.5
4	1.750	870	1.522.500	5.8	9.6	15.7	53.5	90.1	56.1
5	2.250	447	1.005.750	3.0	6.4	9.9	43.9	93.1	62.5
6	2.750	216	594.000	1.4	3.7	6.9	37.5	94.5	66.2
7	3.500	278	973.000	1.8	6.1	5.5	33.8	96.3	72.3
8	4.500	159	715.500	1.1	4.5	3.7	27.7	97.4	76.8
9	5.500	105	577.500	0.7	3.6	2.6	23.2	98.1	80.4
10	6.500	59	383.500	0.4	2.4	1.9	19.6	98.5	82.8
11	8.500	99	841.500	0.7	5.3	1.5	17.2	99.2	88.1
12	12.500	70	875.000	0.5	5.5	0.8	11.9	99.7	93.6
13	17.500	19	332.500	0.1	2.1	0.3	6.4	99.8	95.7
14	22.500	30	675.000	0.2	4.3	0.2	4.3	100.0	100.0
Total		14.982	15.894.250						

Tabla 21

COLOMBIA

DISTRIBUCION DE INGRESO DE LA P.E.A.

Area Urbana

Ingreso	Personas	Ingreso Total	o/o de personas	o/o de ingresos	o/o acumulado de personas ↓	o/o acumulado de ingresos ↓	o/o acumulado de personas ↑	o/o acumulado de ingresos ↑
1	2	3	4	5	6	7	8	9
250	2.564	641.000	27.77	5.12	100.00	100.00	27.77	5.12
750	3.078	2.308.500	33.34	18.44	72.23	94.88	61.11	23.56
1.250	1.485	1.856.250	16.08	14.82	38.89	76.44	77.19	38.38
1.750	755	1.321.250	8.18	10.55	22.81	61.62	85.37	48.93
2.250	396	891.000	4.29	7.12	14.63	51.07	89.66	56.05
2.750	200	550.000	2.17	4.39	10.34	43.95	91.83	60.44
3.500	258	903.000	2.79	7.21	8.17	39.56	94.62	67.65
4.500	149	670.500	1.61	5.35	5.38	32.35	96.23	73.00
5.500	93	511.500	1.01	4.08	3.77	27.00	97.24	77.08
6.500	53	344.500	0.57	2.75	2.76	22.92	97.81	79.83
8.500	90	765.000	0.97	6.11	2.19	20.17	98.78	85.94
12.500	67	837.500	0.73	6.69	1.22	14.06	99.51	92.63
17.500	18	315.000	0.20	2.52	0.49	7.37	99.71	95.15
22.500	27	607.500	0.29	4.85	0.29	4.85	100.00	100.00
Total	9.233	12.522.500	100.00	100.00				

Tabla 22

COLOMBIA

DISTRIBUCION DEL INGRESO DE LA P.E.A.

Area Rural

Ingreso	Personas	Ingreso Total	o/o de personas	o/o de ingresos	o/o acumulado de personas ↓	o/o acumulado de ingresos ↓	o/o acumulado de personas ↑	o/o acumulado de ingresos ↑
1	2	3	4	5	6	7	8	9
250	3.430	857.500	59.66	25.43	100.00	100.00	59.66	25.43
750	1.712	1.284.000	29.78	38.08	40.34	74.57	89.44	63.51
1.250	361	451.250	6.28	13.38	10.56	36.49	95.72	76.89
1.750	115	201.250	2.00	5.97	4.28	23.11	97.72	82.86
2.250	51	114.750	0.89	3.40	2.28	17.14	98.61	86.26
2.750	16	44.000	0.28	1.31	1.39	13.74	98.89	87.57
3.500	20	70.000	0.35	2.08	1.11	12.43	99.24	89.65
4.500	10	45.000	0.17	1.33	0.76	10.35	99.41	90.98
5.500	12	66.000	0.21	1.96	0.59	9.02	99.62	92.94
6.500	6	39.000	0.10	1.16	0.38	7.06	99.72	94.10
8.500	9	76.500	0.16	2.27	0.28	5.90	99.88	96.37
12.500	3	37.500	0.05	1.11	0.12	3.63	99.93	97.48
17.500	1	17.500	0.02	0.52	0.07	2.52	99.95	98.00
22.500	3	67.500	0.05	2.00	0.05	2.00	100.00	100.00
Total	5.749	3.371.750	100.00	100.00				

Tabla 23

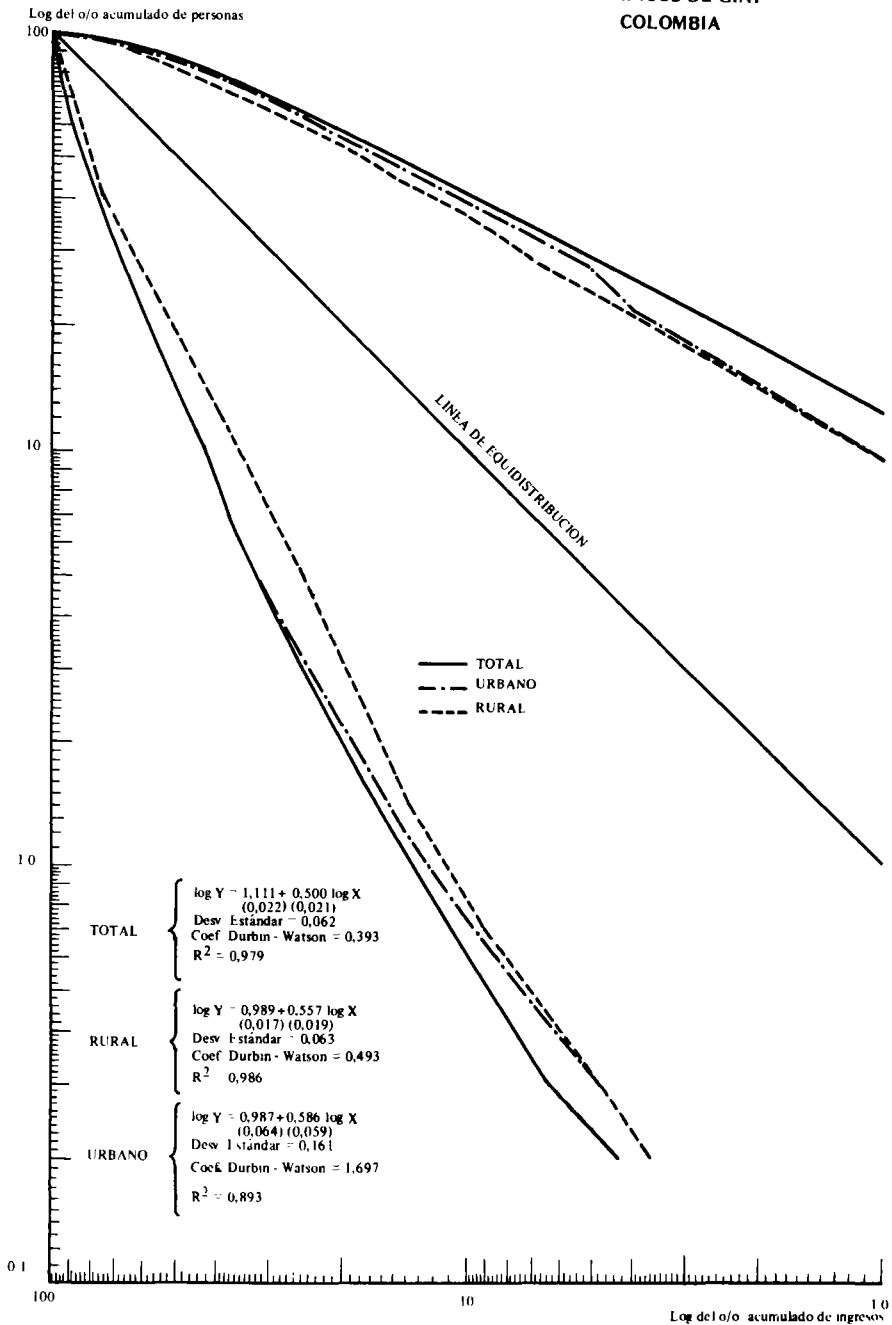
ECUADOR

DISTRIBUCION DEL INGRESO DE LA P.E.A.

Area Urbana

Ingreso	Personas	Ingreso Total	o/o de personas	o/o de ingresos	o/o acumulado de personas ↓	o/o acumulado de ingresos ↓	o/o acumulado de personas ↑	o/o acumulado de ingresos ↑
1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	44.601	4.460.100	7.54	0.66	100.00	100.00	7.54	0.66
300	106.617	31.985.100	18.02	4.73	92.46	99.34	25.56	5.39
500	95.202	47.601.000	16.09	7.05	74.44	94.61	41.65	12.44
700	74.453	52.117.100	12.59	7.72	58.35	87.56	54.24	20.16
900	63.616	57.254.400	10.76	8.48	45.76	79.84	65.00	28.64
1.100	125.185	137.703.500	21.16	20.39	35.00	71.36	86.16	49.03
2.500	36.041	90.102.500	6.09	13.34	13.84	50.97	92.25	62.37
3.500	17 734	62.069.000	3.00	9.19	7.75	37.63	95.25	71.56
4.500	6.815	30.667.500	1.15	4.54	4.75	28.44	96.40	76.10
6.000	9.713	58.278.000	1.64	8.63	3.60	23.90	98.04	84.73
7.000	4.209	29.463.000	0.71	4.36	1.96	15.27	98.75	89.09
10.000	7.368	73.680.000	1.25	10.91	1.25	10.91	100.00	100.00
Total	591.554	675.381.200	100.00	100.00				

GRAFICO No. 5
GRAFICOS DE GINI
COLOMBIA



Log del o/o acumulado de personas

100

10

1.0

0.1

LINEA DE EQUIDISTRIBUCION

ORIENTAL
PACIFICA
CENTRAL
ATLANTICA
BOGOTA

BOGOTA

ATLANTICA
CENTRAL
ORIENTAL
PACIFICA

GRAFICO No. 6
GRAFICO DE GINI POR
REGIONES DE COLOMBIA

100

10

1.0

Log del o/o acumulado de ingresos

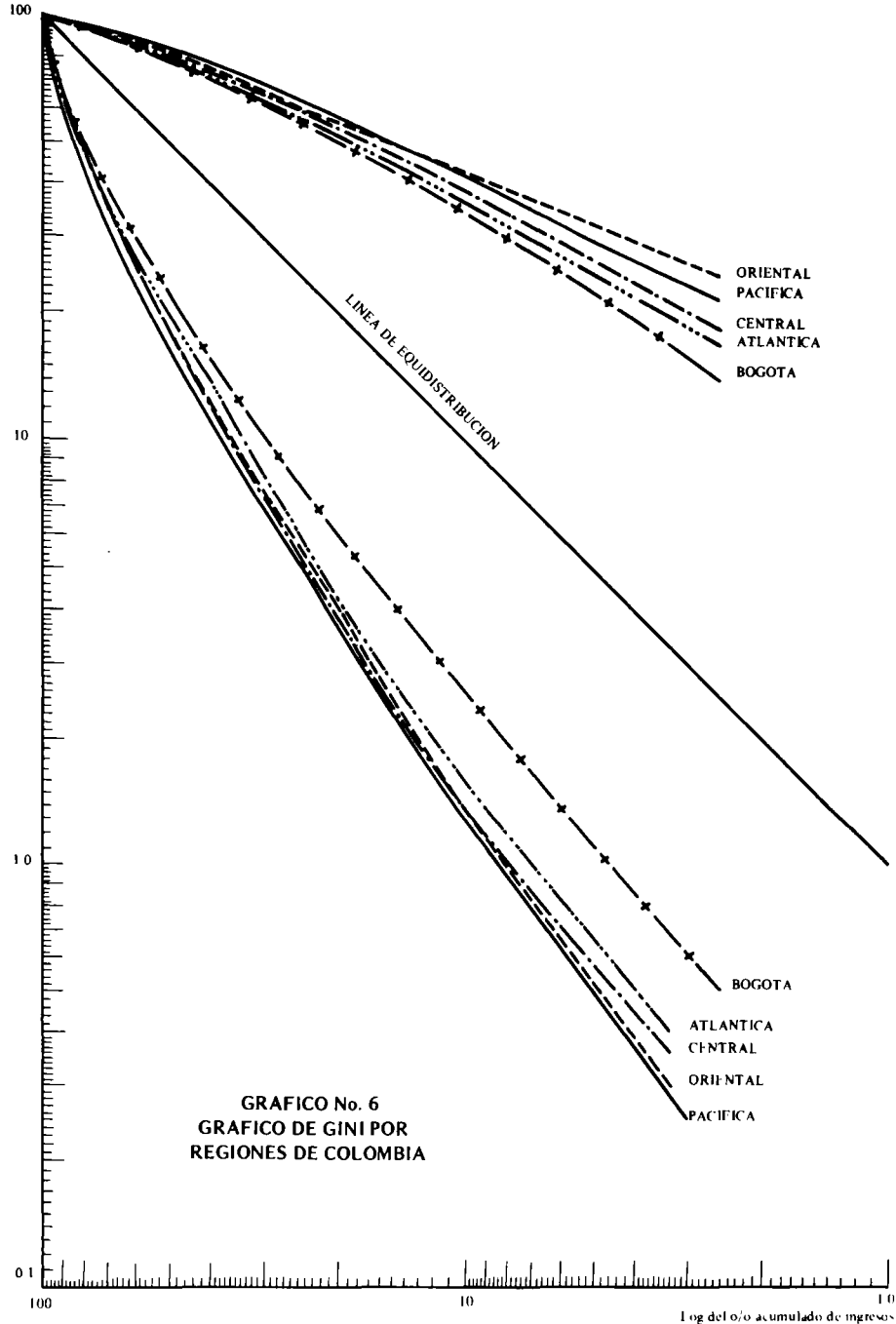
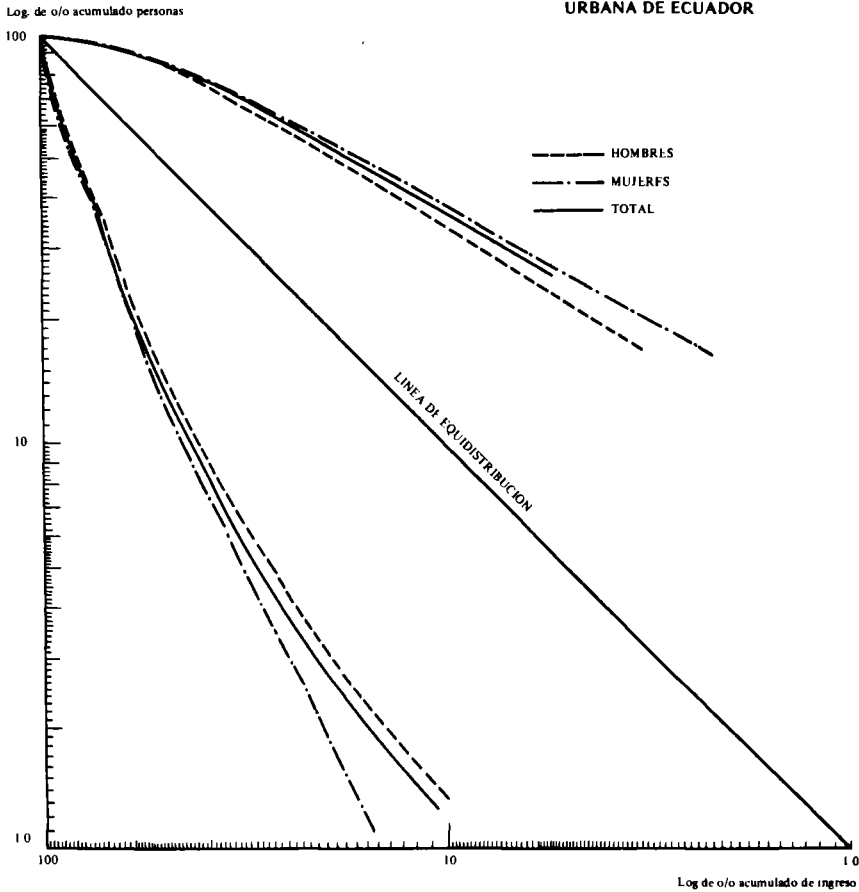


GRAFICO 7
GRAFICO DE GINI PARA EL AREA
URBANA DE ECUADOR



El coeficiente de Gini que corresponde al área urbana del Ecuador es:

$$G = \frac{1}{2(1.1649) - 1} = 0.75$$

y la correspondiente estimación por intervalo es: $.58 \leq G \leq 1.00$

En este caso el estimativo de G difiere al calculado mediante la ecuación (30), 0.5179, y aún está fuera del intervalo de confianza. Esto indica que la Ecuación estimada para Pareto es poco confiable, pues como lo manifiesta la prueba de Durbin-Watson (14) la estimación presenta problemas de autocorrelación serial que hacen que la estimación obtenida sea estadísticamente poco aceptada.

CAPITULO VI

GRAFICOS SEMI-LOGARITMICOS

Otro instrumento muy útil y sencillo, frecuentemente empleado en el análisis gráfico de la distribución del ingreso, es el llamado gráfico semi-logarítmico propuesto por David Durand en 1943 [13] Como su nombre lo indica el gráfico relaciona el porcentaje acumulado de unidades perceptoras de ingreso en el eje vertical, con el logaritmo de los diversos niveles de ingreso en el eje horizontal.

El gráfico es muy útil por cuanto permite determinar fácilmente cual es el grado de concentración del ingreso; cuanto mayor sea el grado de inclinación de la curva, mayor será la igualdad en la distribución. Mediante este gráfico es posible también determinar el porcentaje de personas que reciben un ingreso menor o mayor a un nivel cualquiera y, por otro lado, comparando varias distribuciones se puede deducir a cual de ellas corresponden mayores niveles de ingreso. La expresión analítica referente a este tipo de gráfico es de la forma:

$$W = \alpha_1 - \alpha_2 \log Y \quad (31)$$

donde

$$\begin{aligned} W &= \text{Porcentaje acumulado de unidades perceptoras} \\ &\quad \text{de ingreso.} \\ Y &= \text{Nivel de ingreso.} \\ \alpha_1 \text{ y } \alpha_2 &= \text{Parámetros.} \end{aligned}$$

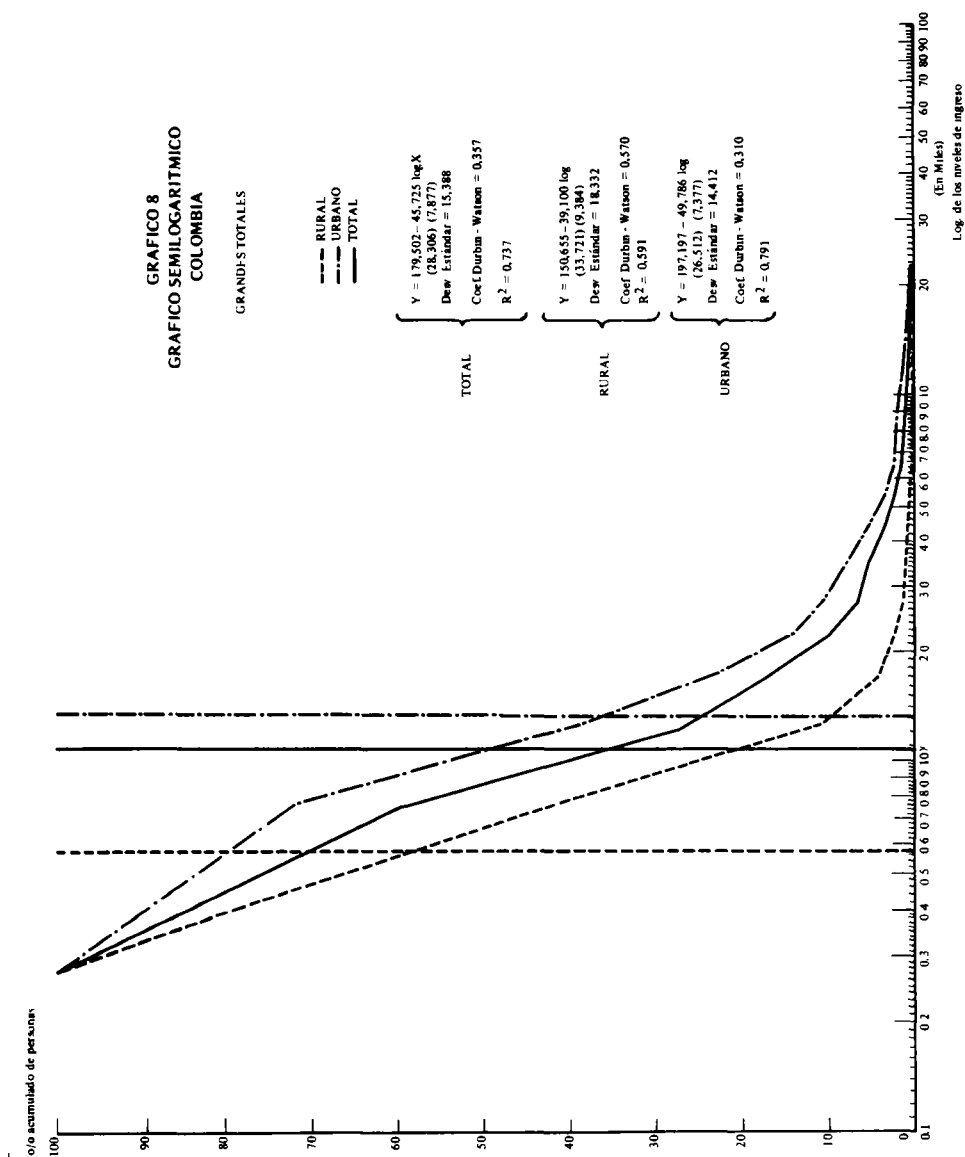
Para identificar la función se deben estimar los parámetros α_1 y α_2 . Esta estimación puede hacerse a través del método de mínimos cuadrados aplicando una transformación semi-logarítmica a la variable independiente (nivel de ingreso) [4]

1. RESULTADOS PRACTICOS.

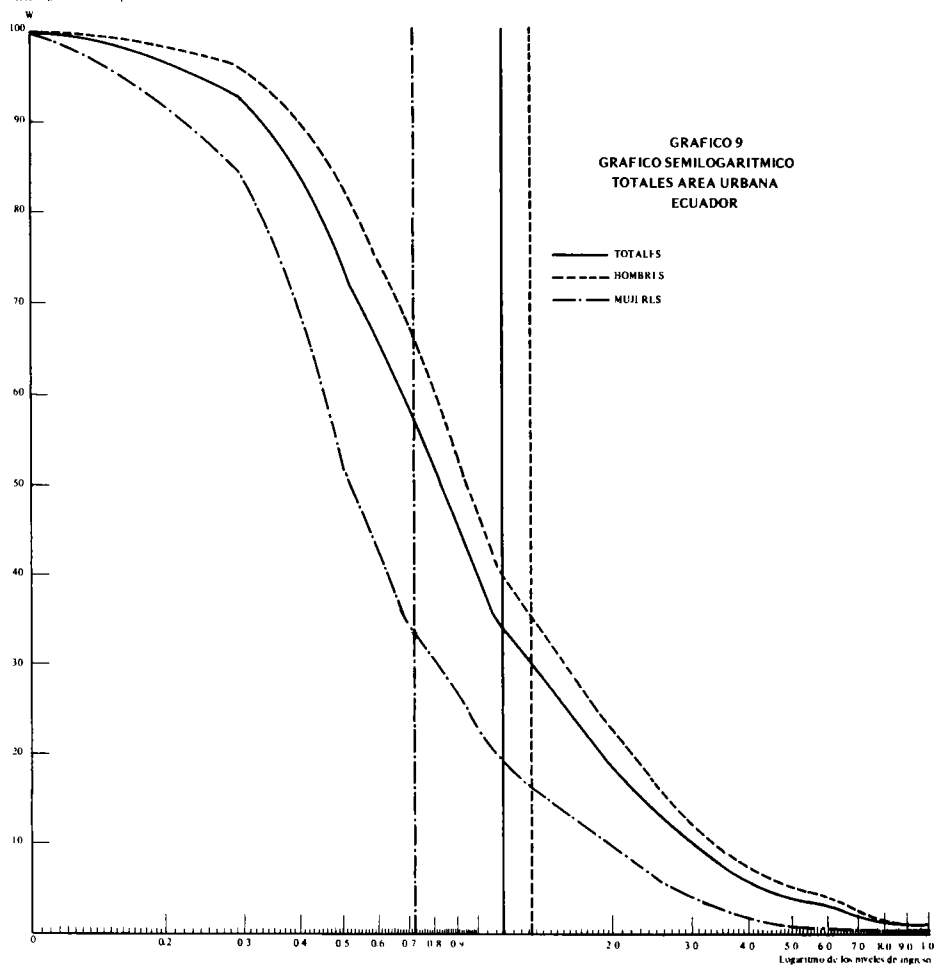
El gráfico 8 indica la representación semi-logarítmica de la distribución de ingresos para el total nacional de Colombia y por áreas urbana y rural. Se observa que los ingresos en el área urbana son significativamente mayores que en el área rural. Los porcentajes de personas que reciben ingresos superiores a \$2.000 en el área rural son muy bajos (3o/o) en comparación a la urbana (18o/o). Si se quiere calcular la mediana de estas distribuciones basta con observar qué nivel de ingreso corresponde al acumulado del 50o/o de personas. Es así como la mediana del ingreso para el área urbana es aproximadamente de \$1.050.00 en tanto que para el área rural es apenas de \$660.00 aproximadamente. Para el total nacional la mediana de ingreso es de \$860.00 aproximadamente, valor próximo al ingreso promedio ya calculado haciendo uso de la

función de Pareto. Los promedios de ingreso se representan en el gráfico mediante líneas verticales.

El gráfico 9 es una representación semi-logarítmica de la distribución de ingresos para el área urbana del Ecuador, por sexos. Puede observarse que el nivel de ingresos es mayor en los hombres que en las mujeres, siendo además todos los promedios aritméticos superiores a sus respectivas medianas de ingreso.



Porcentajes acumulados de personas



CAPITULO VII

DISTRIBUCION LOGARITMICO-NORMAL

La función de Pareto ya considerada constituye una función de distribución acumulativa de probabilidad y que en último término sirve de base para la definición de las otras funciones antes estudiadas. Se pueden buscar entonces otros modelos probabilísticos que describan la distribución de ingreso considerando el nivel de ingreso como una variable aleatoria a la cual ha de corresponder una determinada función de densidad [18],[20]. El problema a resolver se reduce entonces a la determinación de esta función

1. Distribución Normal

El primer modelo que se trata de definir se ajusta a una distribución normal. Por lo tanto la función de densidad viene dada por:

$$f(Y) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \mu}{\sigma} \right)^2}$$

donde:

Y	=	Nivel de ingreso (variable aleatoria)
μ	=	Ingreso promedio (parámetro)
σ	=	Desviación estándar (parámetro).

La función quedaría perfectamente determinada si se conociera μ y σ . Sin embargo, como lo anterior no ocurre estos parámetros son estimados mediante las expresiones:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i Y_i \quad (32)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i (Y_i - \hat{\mu})^2 \quad (33)$$

donde:

$$n = \text{Total de informantes, o sea } n = \sum_{i=1}^m f_i$$

m	=	Total de intervalos considerados en la distribución
f_i	=	Frecuencia relativa del i-ésimo intervalo de ingreso
Y_i	=	Nivel de ingreso, tomado como tal la mitad de cada intervalo.

La ecuación (32) define el promedio aritmético ponderado frecuentemente tomado como la medida de la tendencia central en la distribución. No obstante antes de ajustar un modelo de este tipo es necesario verificar si éste representa realmente el tipo de distribución considerada.

2. Pruebas de Asimetría y Curtosis.

Una distribución puede estar correctamente representada por la distribución normal si ella es aproximadamente simétrica. Cuanto más simétrica es la distribución muestral, tiene más sentido la aplicación de la distribución normal. Para obtener una medida aproximada de la asimetría puede usarse [6] la expresión:

$$C. A. = \frac{P_{20} - 2 P_{50} P_{10}}{P_{90} - P_{10}} \quad (34)$$

Donde: C. A. = Coeficiente de Asimetría
 P_{90} = Percentil 90
 P_{50} = Percentil 50
 P_{10} = Percentil 10

Para el análisis, si:

- a) C. A. = 0 : Simetría perfecta
- b) C. A. < 0 : Asimetría a la izquierda
- c) C. A. > 0 : Asimetría a la derecha.

La segunda prueba mide el grado de apuntamiento o curtosis de la distribución. Para ello se usa la expresión:

$$C.C. = \frac{\frac{1}{2} (Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}} \quad (35)$$

donde:

C.C. = Coeficiente de curtosis
 Q_3 = Cuartil tres
 Q_1 = Cuartil uno.

Para el análisis, si:

- a) C.C. = 0.263 : Mesocúrtica, no hay problemas de apuntamiento.
- b) C.C. < 0.263 : Platicúrtica, la distribución es achatada.
- c) C.C. > 0.263 : Leptocúrtica, la distribución es apuntada.

Este tipo de pruebas se aplicaron a las principales distribuciones de ingreso para Colombia las mismas que están consignadas en la tabla 24 con sus respectivos valores de los coeficientes de asimetría y curtosis. Se ve allí como todas las distribuciones tienen una tendencia análoga a ser asimétricas a la derecha, y que sólo dos (total rural y hombres rural) no manifiestan forma platicúrtica.

Tabla 24

COLOMBIA

**PRUEBAS DE ASIMETRIA Y CURTOSIS
DE LAS DISTRIBUCIONES DE INGRESO
PARA EL TOTAL NACIONAL, AREAS Y
SEXOS**

Distribución	Coefficiente de Asimetría	Coefficiente de Curtosis
Total nacional	0.4297	0.2172
Total urbano	0.4550	0.2048
Total rural	0.3030	0.2855
Total hombres	0.4692	0.2075
Total mujeres	0.3720	0.2388
Hombres urbano	0.5370	0.1834
Mujeres urbano	0.3240	0.2189
Hombres rural	0.2923	0.2836
Mujeres rural	0.3910	0.1900

3. Distribución Log-normal

Los resultados anteriores demuestran la necesidad de ajustar otro tipo de función con características de asimetría a la derecha. Esto puede lograrse [2] si se expresa a la variable ingreso a través de una escala logarítmica correspondiente a una distribución logarítmico-normal cuya función de densidad vendría dada por:

$$f(\log Y) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\log Y - \mu}{\sigma} \right)^2$$

donde:

$\log Y$ = Logaritmo de un nivel cualquiera de ingreso

μ y σ = Parámetros.

Como en el caso de la función normal antes considerada, basta conocer μ y σ para que la distribución quede perfectamente determinada. Con los datos muestrales observados puede llegarse a estimar estos parámetros mediante las expresiones:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i \log Y_i \quad (36)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i (\log Y_i - \hat{\mu})^2 \quad (37)$$

Estas expresiones no son otras que las correspondientes a los estimadores máximos verosímiles de los parámetros μ y σ que se caracterizan por ser estimadores insesgados, consistentes, suficientes y de mínima varianza. [3]

3.1 Prueba de Bondad de Ajuste

Si bien es cierto que la distribución log-normal proporciona un ajuste superior al de la distribución normal, una vez determinados μ y σ es necesario cuantificar el grado de ajuste obtenido. Para ello se suele recurrir [19] a la prueba χ^2 usando la expresión:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} \quad (38)$$

donde:

O_i = Frecuencia observada en la muestra

e_i = Frecuencia esperada según la distribución teórica

Aprovechando el hecho de que la variable así definida es una variable aleatoria con distribución χ^2 y n grados de libertad, se construye la prueba de hipótesis con un nivel de significación del 50/o. Para tomar una decisión se comparan los dos valores así:

Si $\chi^2 \leq \chi^2_{(0,95, n)}$, el ajuste es bueno.

Si $\chi^2 > \chi^2_{(0,95, n)}$, el ajuste es deficiente.

3.2 Aplicaciones del Modelo

Determinados $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}^2$ y verificada la bondad del ajuste se pueden obtener algunos resultados interesantes así:

a) Ingreso Promedio

Este valor no es otro que el antilogaritmo de μ , equivalente a una media geométrica. Puede considerarse a esta como una buena estimación por cuanto no está influenciada por valores extremos. Esta característica hace que esta estimación sea superior al simple promedio aritmético cuyo uso se justifica bajo la teoría normal. Este hecho explica las diferencias que se presentan al estimar el ingreso promedio a través de las expresiones (32) y (36).

b) Porcentajes de Unidades perceptoras de Ingreso

Haciendo uso de la transformación reducida

$$Z = \frac{\log Y - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \quad \text{con} \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2}$$

se puede hallar el porcentaje de unidades perceptoras de ingreso en un intervalo cualquiera de ingreso. Así para hallar la proporción de personas que reciben un ingreso menor o igual a un nivel Y_x , bastará con buscar el área que hay, bajo la curva normal desde menos infinito hasta el punto:

$$Z_x = \frac{\log Y_x - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \quad (40)$$

Si lo que se quiere es la proporción de personas que reciben un ingreso comprendido entre los niveles Y_1 y Y_2 , ($Y_1 > Y_2$), se buscará el área que bajo la curva normal esta comprendida entre los puntos:

$$Z_1 = \frac{\log Y_1 - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \quad \text{y} \quad Z_2 = \frac{\log Y_2 - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \quad (40)$$

Por otro lado si se conoce el total de individuos que en la población o universo pertenece a la distribución a la cual se ha ajustado la distribución log-normal, se puede determinar el número de unidades perceptoras de ingreso que tienen un nivel de ingreso comprendido en un intervalo cualquiera. Bastará con multiplicar las proporciones obtenidas mediante los sistemas ya explicados por el número total de individuos en el tramo poblacional considerado.

4) Resultados Prácticos

Aplicando las ecuaciones (36) y (37) se han obtenido para Colombia y Ecuador los estimadores que determinan la distribución log-normal para todas las distribuciones a

las cuales se ha ajustado la distribución de Pareto. Las tablas de resultados contienen en la primera columna la identificación de la distribución a que se refieren los datos. En la segunda la esperanza matemática $\hat{\mu}$, en la tercera la varianza $\hat{\sigma}^2$ y en la cuarta la desviación estándar $\hat{\sigma}$. Conviene hacer algunos comentarios con respecto a los resultados obtenidos.

Una vez obtenidos los estimativos contenidos en las tablas 26 a 41 se procedió a realizar la prueba de bondad de ajuste. La tabla 25 contiene los resultados para Colombia de dicha prueba para algunos sectores de estudio (columna 1). En la columna 2 se anotan los valores calculados según (38) y en la 3 los valores a contrastar que trae la tabla χ^2 (0.95,n). Al analizar estos valores se observa que todos son significativos por lo cual podría deducirse que el ajuste es deficiente. Sin embargo si se busca cual es el intervalo de ingreso que más contribuye a elevar el valor de χ^2 se observa que éste siempre corresponde al de máximo ingreso. O sea que el ajuste pierde eficiencia cuando se analizan los ingresos muy altos tales como los que señala la columna (4) de la tabla 25. De otra parte, si se busca la diferencia porcentual máxima, en valor absoluto, que se presenta en cada distribución entre los porcentajes observados y los ajustados, (columna 5 tabla 25), se encuentra que estos no son altos pues la mayor diferencia observada es de 6.430/o que por otro lado corresponde a una distribución con solo 4 intervalos de ingreso observados, esto es con 4 puntos para el ajuste. Por lo tanto estas consideraciones harían concluir que los ajustes obtenidos si son aceptables.

Tabla 25

COLOMBIA

COMPARACIONES DE LA PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE DE LAS DISTRIBUCIONES DE INGRESO TOTAL, POR AREAS Y SEXO

Sector de Estudio	Valor de χ^2	Valor a Contrastar	Nivel de Ingreso con mayor χ^2 (*)	Diferencia porcentual máxima
1	2	3	4	5
Total Nacional	1.042.7	26.1	14	2.18
Total Urbano	571.3	26.1	14	4.08
Total Rural	158.3	26.1	9	1.14
Total Hombres	1.094.5	26.1	14	3.57
Total Mujeres	39.0	26.1	11	0.55
Hombres Urbano	349.4	26.1	14	5.16
Mujeres Urbano	49.8	26.1	12**	3.04
Hombres Rural	186.7	26.1	9	1.79
Mujeres Rural	76.0	20.5	4**	6.43

(*) Según los códigos de la tabla 20.

(**) ,Máximo nivel de ingreso informado.

Tabla No.26
COLOMBIA
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL
DE INGRESOS POR TOTALES REGIONES
Y AREAS
JEFES DE HOGAR

Regiones y Areas	Esperanza Matemática ($\hat{\mu}$)	Varianza ($\hat{\sigma}^2$)	Desviación Estandar ($\hat{\sigma}$)
Rural	2.752.177	0.132403	0.363873
Urbana	3.112.297	0.199479	0.446630
Total Nacional	2.972.269	0.205853	0.453711
Bogotá:			
Urbano	3.010.581	0.169218	0.411361
Rural	2.836.689	0.109936	0.331567
Total	3.010.006	0.169898	0.412187
Oriental:			
Urbano	2.841.405	0.150124	0.387458
Rural	2.623.549	0.094879	0.308024
Total	2.716.710	0.130371	0.361069
Atlántico:			
Urbana	2.897.944	0.162953	0.403674
Rural	2.712.819	0.105608	0.324974
Total	2.822.853	0.147099	0.383535
Pacífica:			
Urbana	2.838.461	0.170815	0.413297
Rural	2.544.889	0.072114	0.268540
Total	2.714.954	0.150501	0.387944
Central:			
Urbana	2.913.505	0.144215	0.379757
Rural	2.633.366	0.089122	0.298533
Total	2.794.520	0.140012	0.374181

Tabla No.27

COLOMBIA

AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL

DE INGRESO POR ACTIVIDADES

TOTAL NACIONAL

Actividades	Esperanza Matemática ($\hat{\mu}$)	Varianza ($\hat{\sigma}^2$)	Desviación Estándar ($\hat{\sigma}$)
Servicios comunales	2.893316	0.154644	0.393248
sociales y personales	3.221087	0.145820	0.381864
Establecimientos financieros	3.025226	0.130387	0.361091
Transporte y comunicaciones	2.884064	0.179031	0.423121
Comercio, restaurantes hoteles	2.879451	0.135907	0.368656
Construcción	3.151893	0.139081	0.372937
Electricidad, gas, y agua	2.830791	0.151529	0.389268
Industria manufacturera	2.852119	0.229029	0.478570
Minas y canteras	2.631109	0.099929	0.316115
Agricultura, caza, pesca			

Tabla No.28

COLOMBIA

AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL

DE INGRESOS POR ACTIVIDADES

AREA URBANA (P.E.A.)

Actividades	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Servicios comunales	2.924721	0.153148	0.391341
sociales y personales	3.071365	0.134985	0.367403
Electricidad, gas y agua	3.229090	0.142700	0.377757
Establecimientos financieros	3.046726	0.130392	0.361099
Transporte y comunicaciones	2.908896	0.181614	0.426162
Comercio, restaurante y hoteles	2.907058	0.137345	0.370602
Construcción	2.879318	0.149377	0.386493
Industria manufacturera	3.006977	0.232347	0.482023
Minas y canteras	2.725684	0.162037	0.402538
Agricultura, caza, pesca			

Tabla No.29

COLOMBIA

AJUSTES DISBRIBUCION LOGARITMICO NORMAL

DE INGRESOS POR ACTIVIDADES

AREA RURAL (P.E.A.)

Actividades	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Servicios	2.659494	0.093254	0.305375
Establecimientos financieros	2.946675	0.233954	0.483688
Transporte	2.877944	0.112700	0.335708
Comercio, restaurante, hoteles	2.693943	0.125264	0.353926
Construcción	2.740711	0.099689	0.315735
Electricidad, gas y agua	2.691962	0.092602	0.304305
Industria manufacturera	2.600048	0.094922	0.308094
Minas y canteras	2.734246	0.194833	0.441399
Agricultura	2.612878	0.083726	0.289354

Tabla No.30

COLOMBIA

AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL

DE INGRESO POR NIVEL OCUPACIONAL

TOTAL NACIONAL (P.E.A.)

Ocupaciones	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Artesanos y operarios	2.895544	0.107553	0.327953
Obreros no agrícolas	2.701340	0.118745	0.344595
Jornaleros, conductores no especificados	2.855225	0.109164	0.330400
Trabajadores agrícolas forestales	2.621811	0.095141	0.308449
Trabajadores de servicios	2.724503	0.093028	0.305005
Comerciantes vendedores	2.905516	0.205653	0.453490
Personal administrativo similares	3.330322	0.152175	0.390096
Directores y funcionarios públicos superiores	3.651509	0.203043	0.450603
Profesionales no técnicos	3.429515	0.170861	0.413354
Profesionales técnicos	3.539517	0.202789	0.450321

Tabla No.31
COLOMBIA
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL

DE INGRESO POR NIVEL OCUPACIONAL

AREA URBANA (P.E.A.)

Ocupaciones	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Artesanos y operarios	2.916365	0.102963	0.320879
Obreros no agrícolas	2.748435	0.123332	0.351186
Jornaleros conductores no especificados	2.887643	0.104917	0.323909
Trabajadores agrícolas forestales	2.699495	0.145971	0.382061
Trabajadores de servicios	2.754263	0.092297	0.303805
Comerciantes y vendedores	2.930998	0.210308	0.458594
Personal administrativo y similares	3.112919	0.117761	0.343163
Directores y funcionarios públicos	3.694210	0.140631	0.375008
Profesionales no técnicos	3.256516	0.115032	0.339164
Profesionales técnicos	3.346999	0.190363	0.436306

Tabla No.32
COLOMBIA
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL

DE INGRESO POR NIVEL OCUPACIONAL

AREA RURAL (P.E.A.)

Ocupaciones	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Artesanos y operarios	2.743786	0.107987	0.328614
Obreros no agrícolas	2.575894	0.082760	0.287680
Jornaleros y conductores no especificados	2.727629	0.102291	0.319830
Trabajadores agrícolas y forestales	2.606317	0.081067	0.284722
Trabajadores de servicios	2.586119	0.072415	0.269100
Comerciantes y vendedores	2.718705	0.132762	0.364365
Personal administrativo y similares	2.841022	0.163134	0.403898
Directores y funcionarios públicos	3.606514	0.214108	0.462718
Profesionales no técnicos	3.009723	0.049642	0.222805
Profesionales técnicos	3.145844	0.269237	0.518881

Tabla No.33

COLOMBIA

AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL

DE INGRESO POR POSICION OCUPACIONAL (P.E.A.)

Posición Ocupacional	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
----------------------	----------------------	----------	---------------------

TOTAL

Cuenta propia	2.669336	0.124262	0.352509
Empleador	2.946866	0.238463	0.488327
Obreros	2.675360	0.087612	0.295994
Empleados	2.976421	0.153836	0.392220

AREA RURAL

Cuenta propia	2.581801	0.078330	0.279875
Empleador	2.762428	0.142077	0.376931
Obreros	2.584495	0.065748	0.256414
Empleados	2.776741	0.136263	0.369139

AREA URBANA

Cuenta propia	2.746474	0.151692	0.389476
Empleador	3.157327	0.264238	0.514041
Obreros	2.803514	0.094897	0.308054
Empleados	3.002161	0.149844	0.387097

Tabla No.34
COLOMBIA
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL
DE INGRESO POR NIVEL EDUCACIONAL
TOTAL NACIONAL
(Jefes de Hogar)

Nivel Educativo	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Ninguna	2.747802	0.126404	0.355533
Primaria urbana	2.978688	0.161353	0.401688
Primaria rural	2.786217	0.138414	0.372040
Total Primaria *	2.909961	0.161147	0.401432
Bachillerato básico	3.223147	0.142322	0.377256
Bachillerato clásico	3.396235	0.177978	0.421874
Otra secundaria	3.409811	0.058344	0.241546
Secundaria técnica o vocacional	3.353248	0.175338	0.418734
Normal	3.344494	0.129465	0.359812
Total secundaria **	3.306583	0.162160	0.402691
Superior universitaria	3.716867	0.182968	0.427747
Otras	3.384549	0.219639	0.468650

Tabla No.35
COLOMBIA
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL
DE INGRESO POR NIVEL EDUCATIVO
AREA URBANA
(Jefes de Hogar)

Nivel Educativo	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Ninguna	2.834014	0.141126	0.375667
Primaria urbana	3.039074	0.151807	0.389625
Primaria rural	2.950294	0.149362	0.386473
Total primaria *	3.027652	0.152254	0.390197
Bachillerato básico	3.242808	0.140700	0.375101
Bachillerato clásico	3.411217	0.171425	0.414035
Otra secundaria	3.402388	0.058579	0.242030
Secundaria técnica o vocacional	3.366169	0.170963	0.413476
Normal	3.367777	0.135820	0.368538
Total secundaria **	3.318937	0.158747	0.398431
Superior universitaria	3.717965	0.180545	0.424905
Otras	3.391915	0.218658	0.467609

* = Incluye primaria urbana y rural

** = Incluye bachillerato clásico, básico y otra secundaria.

Tabla No.36
COLOMBIA
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL
DE INGRESO POR NIVEL EDUCATIVO
AREA RURAL
(Jefes de Hogar)

Nivel Educativo	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Ninguna	2.703743	0.113435	0.336801
Primaria Urbana	2.792138	0.142558	0.377569
Primaria rural	2.740830	0.126417	0.355551
Total primaria *	2.759350	0.132807	0.364428
Bachillerato básico	3.013394	0.114865	0.338917
Bachillerato clásico	3.145801	0.212319	0.460781
Otra secundaria	3.628388	0.000000	0.000000
Secundaria técnica o vocacional	3.003847	0.195652	0.442325
Normal	3.133738	0.029523	0.171823
Total secundaria **	3.061465	0.151169	0.388804
Superior universitaria	3.709873	0.210151	0.458422
Otras	3.314420	0.213286	0.461829

* = Incluye primaria urbana y rural

** = Incluye bachillerato clásico, básico y otra secundaria.

Tabla No.37
ECUADOR
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL
DE INGRESO POR NIVEL EDUCACIONAL
GRADO MAS ALTO APROBADO
AREA URBANA (P.E.A.)

Nivel Educativo	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Total	2.898090	0.150685	0.388181
Hombres	2.972091	0.142167	0.377051
Mujeres	2.713000	0.126848	0.356157
Sin estudio	2.635285	0.073794	0.271650
Primaria de 1-3	2.716890	0.093676	0.306065
Primaria de 4-6	2.826954	0.112589	0.335543
Secundaria de 1-3	2.944769	0.119766	0.346072
Secundaria de 4-6	3.171848	0.122043	0.349346
Superior de 1-3	3.359394	0.119088	0.345091
Superior de 4-6	3.594576	0.076909	0.277325

Tabla No.38.

ECUADOR

**AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL DE INGRESO
POR RAMA DE ACTIVIDAD ECONOMIA
AREA URBANA (P.E.A.)**

Actividad Económica	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Total	2.897209	0.151580	0.389333
Agricultura, silvicultura, caza y pesca	2.849277	0.155969	0.394930
Explotación minas y canteras	3.126434	0.073490	0.271090
Industria manufacturera	2.814268	0.122554	0.350078
Construcción	2.941352	0.113694	0.337185
Electricidad, gas, agua y servicios sanitarios	3.029099	0.054765	0.234019
Comercio	2.969149	0.156104	0.395100
Transporte, almacenamiento comunicaciones	3.022059	0.111263	0.333560
Servicios	2.871261	0.170057	0.412379
Actividades no bien especificadas	2.934664	0.276887	0.526200

Tabla No.39

ECUADOR

**AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL
DE INGRESO POR GRUPO PRINCIPAL DE
OCUPACION
AREA URBANA (P.E.A.)**

Grupos de Ocupación	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Ambos sexos	2.897209	0.151580	0.389333
Profesionales, técnicos y afines	3.239870	0.124502	0.352848
Gerentes administradores y afines	3.550638	0.116328	0.341069
Oficinistas y afines	3.082714	0.122532	0.350046
Vendedores y similares	2.916724	0.152661	0.390719
Agricultores, pescadores madereros y afines	2.839178	0.153605	0.391925
Mineros, canteros y afines	2.966042	0.025404	0.159387
Conductores de transportes y afines	3.055228	0.089012	0.298349
Artesanos y operarios	2.802710	0.096372	0.310439
Obreros, jornaleros, neoc.	2.893476	0.083870	0.289602
Trabajadores de servicios y afines	2.644756	0.090158	0.300263
Otros trabajadores, neoc.	3.244040	1.743509	0.417553

Tabla No.40
ECUADOR
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARTMICO
NORMAL DE INGRESO POR
CATEGORIA DE OCUPACION
AREA URBANA (P.E.A.)

Categoría de Ocupación	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Total	2.897994	0.151023	0.388617
Hombres	2.974858	0.142083	0.376939
Mujeres	2.799930	0.122997	0.350709
Empleado o asalariado	2.885142	0.140548	0.374897
Patronos	3.255363	0.160646	0.400807
Cuenta propia	2.860472	0.145090	0.380906

Tabla No.41
ECUADOR
AJUSTES DISTRIBUCION LOGARITMICO NORMAL
DE INGRESO POR HORAS TRABAJADAS
AREA URBANA (P.E.A.)

Horas Trabajadas	Esperanza Matemática	Varianza	Desviación Estándar
Total	2.897994	0.151023	0.388617
De 1 – 14 Horas	2.577529	0.079881	0.282632
De 15 – 34 Horas	2.835048	0.141696	0.376425
De 35 – 40 Horas	2.966350	0.170147	0.412488
De 41 – 48 Horas	2.906531	0.133451	0.365309
49 Horas o más			

4.1 Aplicaciones al caso colombiano

Con el propósito de ilustrar la aplicación del modelo se han tomado como ejemplo los resultados del ajuste para la distribución de Colombia, total nacional. En este caso los estimadores de μ y σ son:

$$\hat{\mu} = 2.972269 \qquad \hat{\sigma} = 0.45371$$

Si se quiere determinar por ejemplo la proporción de personas con un ingreso menor o igual a \$800.00 mensuales se tendría que esta será igual al área bajo la curva normal comprendida entre menos infinito y el punto Z_1 , (ecuación 40):

$$Z_1 = \frac{\log 800 - 2.972269}{0.453711} = -0.152473$$

Bucando el equivalente de este resultado en las tablas de la distribución normal [3], se encuentra que la proporción obtenida es igual al 44.04o/o.

Para obtener un estimativo del número de personas con un ingreso mensual de \$800 o menos, se multiplica el total de personas ocupadas por la proporción encontrada. El personal ocupado en el país, según los datos de la "Encuesta de Hogares- DANE 1970" es de 5.766.800. Por lo mismo

$$5.766.800 \times 0.4404 = 2.539.699$$

es el número de personas que en Colombia reciben un ingreso menor o igual a \$800.00 mensuales.

Si se desea estimar la proporción de personas que reciben un ingreso comprendido entre \$800.00 y \$1.000.00 pesos mensuales, esta será igual al área bajo la curva normal comprendida entre los puntos Z_1 ya obtenido, y el punto:

$$Z_2 = \frac{\log 1.000 - 2.972269}{0.453711} = 0.061120$$

La proporción resultante es 8.32o/o

En este caso el número de personas que reciben un ingreso mensual comprendido entre \$800.00 y \$1.000.00 es

$$5.766.800 \times 0.0832 = 479.798$$

Por último el ingreso promedio para el total nacional, viene estimado por:

$$\text{antilog } 2.972269 = \$938.15$$

Este valor en comparación con los estimados por otros métodos es bajo por tener en cuenta los valores extremos de la distribución.

4.2 Aplicaciones al caso ecuatoriano

Para el área urbana del Ecuador se encontró que los valores estimados para μ y σ son:

$$\hat{\mu} = 2.898090 \quad \text{y} \quad \hat{\sigma} = 0.388181$$

Esto significa que el promedio geométrico de ingreso es:

$$\text{antilog } 2.898090 = \$790.84$$

El porcentaje de personas que reciben un ingreso menor a \$500.00 sucres viene dado por el área bajo la normal desde menos infinito hasta

$$Z_1 = \frac{2.698970 - 2.898090}{0.388181} = 0.51$$

Por lo tanto la proporción buscada es 30.50o/o

Si lo que se quiere es el porcentaje de personas con un ingreso entre \$500.00 y \$1.000.00 sucres, este será el área bajo la normal comprendida entre el punto Z_1 ya hallado y el punto:

$$Z_2 = \frac{3.000000 - 2.898090}{0.388181} = 0.26$$

Buscando el equivalente en las tablas de la distribución normal, la proporción resultante es 29.75o/o.

Para estimar el número de personas que en el área considerada ganan menos de \$500.00 y siendo la población económicamente activa urbana del Ecuador de 591.554, sin contar aquellos trabajadores que no tienen remuneración, que se ignora, o que son nuevos [9] el estimativo será:

$$591.554 \times .3050 = 180.424 \text{ personas}$$

De la misma manera, el número estimado de personas con un ingreso entre \$500.00 y \$1.000.00 sucres será:

$$591.554 \times .2975 = 175.987 \text{ personas}$$

CAPITULO VIII

CAMPARACION DE LAS DISTRIBUCIONES DE PARETO Y LOGARITMICO – NORMAL

1. INTRODUCCION

Como puede observarse en los capítulos anteriores las funciones básicas del análisis han sido las distribuciones de Pareto y Log-normal, por esto, para una mejor apreciación y evaluación de los modelos empleados, parece conveniente efectuar una comparación de los resultados obtenidos con las dos distribuciones mencionadas.

Se tomará como variable básica de comparación la estimación del ingreso promedio ($\bar{Y}$) que, como se indica en el capítulo III, sección 4, a), para la distribución de Pareto viene dado por la expresión (14):

$$\bar{Y} = \frac{Y_o^b}{b-1}$$

y para el caso de la distribución Log-normal, tal como se menciona en el capítulo VII. sección 3.2, a), es:

$$\bar{Y} = \text{antilog } \mu.$$

2. COMPARACION DE RESULTADOS

Se tomará para la comparación únicamente los resultados para Colombia, por cuanto la apreciación que se obtiene para este caso se aplica también para los datos del Ecuador y probablemente es válida para cualquier otro caso.

2.1 Comparación de las Estimaciones del Ingreso Promedio por Areas y Sexos.

En la tabla No. 42 se presentan las estimaciones de ingresos promedios obtenidos mediante los modelos de Pareto y Log-normal, por áreas y sexos. En la columna 4 se calcula la variación porcentual entre los dos resultados, tomando como base la estimación de Pareto. Los signos negativos indican estimaciones log-normales inferiores respecto a Pareto y los positivos, lo contrario.

Puede observarse que la distribución log-normal tiende a dar estimaciones del ingreso promedio inferiores respecto a las obtenidas con el modelo de Pareto. El promedio para esta subestimación es de 11.52o/o.

Para ampliar la comparación, se ajustó una curva de regresión con los resultados según Pareto (columna 2, tabla 42) y distribución log-normal (columna 3, tabla 42) considerando a la primera como variable independiente (X) y dependiente (Y) a la segunda.

La función resultante de la forma $Y = a + b X$ fue:

$$Y = \begin{matrix} 9,653 \\ (101,05) \end{matrix} + \begin{matrix} 0,8699 \\ (0,1441) \end{matrix} X$$

$$\sigma = 76,3162 \quad r = 0,9492 \quad D.W. = 2,3024$$

El gráfico No. 10 representa la nube de puntos y curva ajustada según el resultado obtenido. Si los promedios estimados por ambos modelos fuesen iguales, todos los puntos estarían localizados sobre la línea de 45° que corresponde a la línea entrecortada del gráfico. Sin embargo, se observa que la curva ajustada está por debajo de la línea de 45°, confirmando lo expresado anteriormente: que el modelo de Pareto proporciona resultados inferiores a los obtenidos con la distribución log-normal. Desde luego, se observa, en primer lugar, una alta correlación entre las estimaciones (0.95) además de no presentarse problemas de autocorrelación serial. Del valor obtenido para el parámetro b del ajuste (0.8699) puede desprenderse también la existencia de una alta comparabilidad entre los resultados de los dos modelos. El error de la estimación de este parámetro es bajo (0.14) y tomando en cuenta lo anotado anteriormente puede considerarse que el ajuste es confiable.

Para establecer una medida adicional de comparación entre los dos modelos se ha calculado también un coeficiente de correlación ordinal de Spearman, mediante la expresión:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n^3 - n}$$

Las columnas 5,6,7 y 8 de la tabla 42 se utilizan para este cálculo. n es el número de valores que se comparan, por modelo de estimación.

El resultado para $r_s = 0.8286$, indica la existencia de una buena correlación ordinal y, por lo tanto, permite reafirmar la validez de los modelos, con una comparabilidad aceptable entre ellos.

2.2 Comparación de la Estimaciones del Ingreso Promedio por Areas y Regiones.

Con los datos contenidos en la tabla No. 43, y siguiendo igual procedimiento al descrito en la sección anterior, se efectúa una comparación de las estimaciones de ingresos promedios a través del modelo de Pareto y la distribución log-normal. Los resultados son los siguientes:

a) Ajuste de regresión mínimo-cuadrático:

$$Y = -236,94 + 1,11 X$$

$$\sigma = 107,35 \quad r = 0,8715 \quad D.W. = 2,4063$$

El gráfico No. 14 representa el ajuste de esta curva.

b) Correlación ordinal de Spearman:

$$r_s = 0,873$$

De los resultados anteriores se desprende que existe también en este caso una buena comparabilidad entre las estimaciones de los dos modelos que se analizan. No obstante, se ha encontrado que si esta comparación se hace a niveles más desagregados, por ejemplo por niveles de ocupación, ramas de actividad, etc., los resultados tienden a ser más diversos, seguramente como consecuencia de que en estos casos los tamaños de muestra son más pequeños y tal vez los errores de las estimaciones se vuelven mayores. Desde luego, si se desean obtener buenas estimaciones a niveles menores, es necesario tomar las debidas precauciones para emprender en investigaciones de tal naturaleza que produzcan buenos resultados.

3. ERROR CUADRATICO MEDIO DE LAS ESTIMACIONES

Como una medida de la variabilidad entre ambas estimaciones se puede calcular el error cuadrático medio de las estimaciones (ECME) en base al modelo de Pareto y siguiendo el procedimiento propuesto por Theil para la aproximación de este tipo de error. [39].

Se tiene la expresión:

$$ECME = \frac{1}{n} \sum (L_i - P_i)^2 \quad (42)$$

donde:

n = Número de estimaciones.

L_i = Valor del i - ésimo ingreso promedio estimado según distribución Log-normal.

P_i = Valor del i - ésimo ingreso promedio estimado según Pareto.

Se calcula este valor con los datos de la tabla 43 para los cuales $\sigma = 107.35$. Se tiene que:

$$ECME = 32.454.76$$

La mayor utilidad de este coeficiente se tiene en que pueden analizarse sus componentes en razón de la igualdad [39]:

$$\frac{1}{n} \sum (L_i - P_i)^2 = (\bar{L} - \bar{P})^2 + (V_L - V_P)^2 + 2(1-r) V_L V_P$$

donde:

L, P = Promedio de los ingresos promedios obtenidos mediante ajuste log-normal y de Pareto, respectivamente.

V_L, V_P = Varianza de la estimaciones log-normal y Pareto, respectivamente.

r = Coeficiente de correlación de las estimaciones.

n = Número de estimaciones u observaciones que se comparan.

Mediante esta igualdad puede medirse:

- a) El porcentaje de contribución al error total debido a la diferencia en las estimaciones (E_D).

$$E_D = \frac{(\bar{L} - \bar{P})^2}{\frac{1}{n} \sum (L_i - P_i)^2}$$

Para el caso que se analiza, se tiene: $E = 68.62\%$. Esto indica que más de las dos terceras partes del error total proviene de la diferencia entre las estimaciones.

- b) El porcentaje de contribución al error total producido por las varianzas de cada una de las estimaciones (E_V):

$$E_V = \frac{(V_L - V_P)^2}{\frac{1}{n} \sum (L_i - P_i)^2}$$

En este caso $E_V = 4.59\%$. O sea, puede observarse que la contribución de los errores independientes por estimación al error total no es muy significativa.

- c) El porcentaje de la contribución al error total debido al efecto de la covarianza (E_C).

$$E_C = \frac{2(1-r) V_L V_P}{\frac{1}{n} \sum (L_i - P_i)^2}$$

Para el ejemplo, $E_C = 26.34\%$. Este valor indica una participación no muy baja, pero tampoco significativa, de la covarianza de las estimaciones de los dos modelos considerados respecto al error total.

De los resultados anteriores se desprende que la diferencia entre las estimaciones contribuye en buena forma al volumen del error total. Ahora, ¿cuál de las dos estimaciones es la más correcta? . Se tiene que los resultados, según el modelo de Pareto, generalmente son menores en valor frente a los obtenidos con la distribución log-normal, aunque en pocos casos es mayor. Al comparar los resultados estimados con los dos modelos y los observados en las encuestas, se encuentra que la función de Pareto tiende a subestimar las estimaciones, por lo cual tal vez para el caso analizado deban considerarse más aproximados a los resultados que se obtienen con la distribución log-normal. Desde luego, en cualquier situación es más conveniente contrastar los resultados tanto de un modelo como del otro, con los que se observan en investigaciones directas para poder determinar con mayor precisión la aplicabilidad de cualquiera de los métodos.

Tabla No. 42
COMPARACION DEL INGRESO PROMEDIO SEGUN PARETO
Y LOG-NORMAL COLOMBIA POR AREAS Y SEXOS

Area-Sexo	Promedio	Promedio	o/o Base Pareto	Ordinalidad		D	D ²
	Pareto	Log-Normal		Pareto	Log-Normal		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Hombres							
Total	801.4	674.6	— 15.83	2	2	—	—
Urbano	1.079.5	958.7	— 11.19	1	1	—	—
Rural	594.8	439.4	— 26.13	3	5	— 2	4
Mujeres							
Total	532.0	535.3	00.62	5	4	1	1
Urbano	573.4	600.7	04.76	4	3	1	1
Rural	421.8	331.7	— 21.36	6	6	—	—
Σ			— 69.13				6

GRAFICO No. 10 NUBE DE PUNTOS Y RECTA AJUSTADA POR AREAS Y SEXOS – BASE PARETO

Título general:
No. o título del capítulo

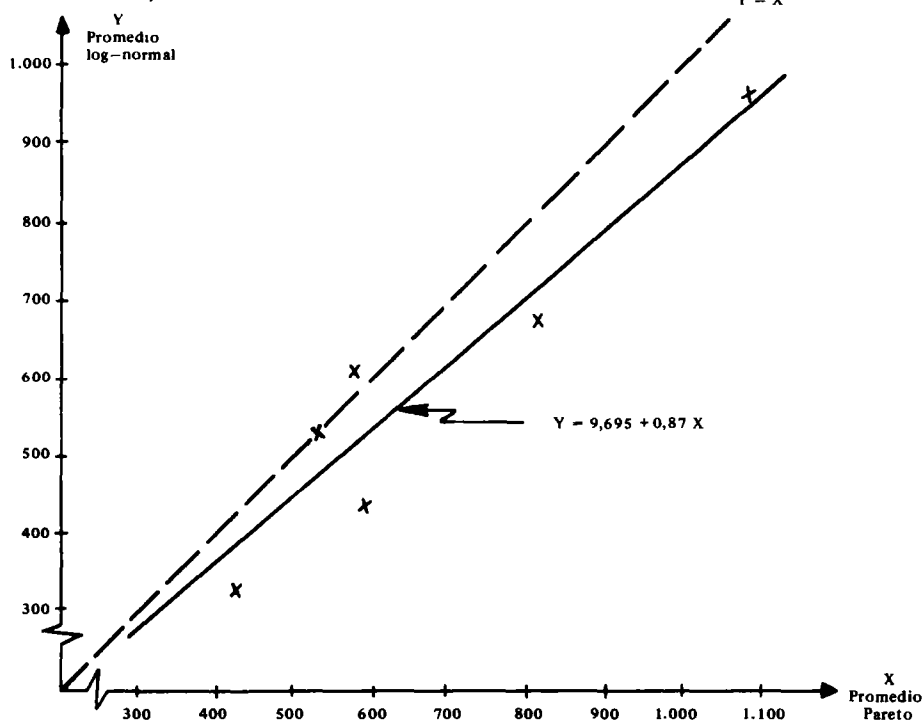
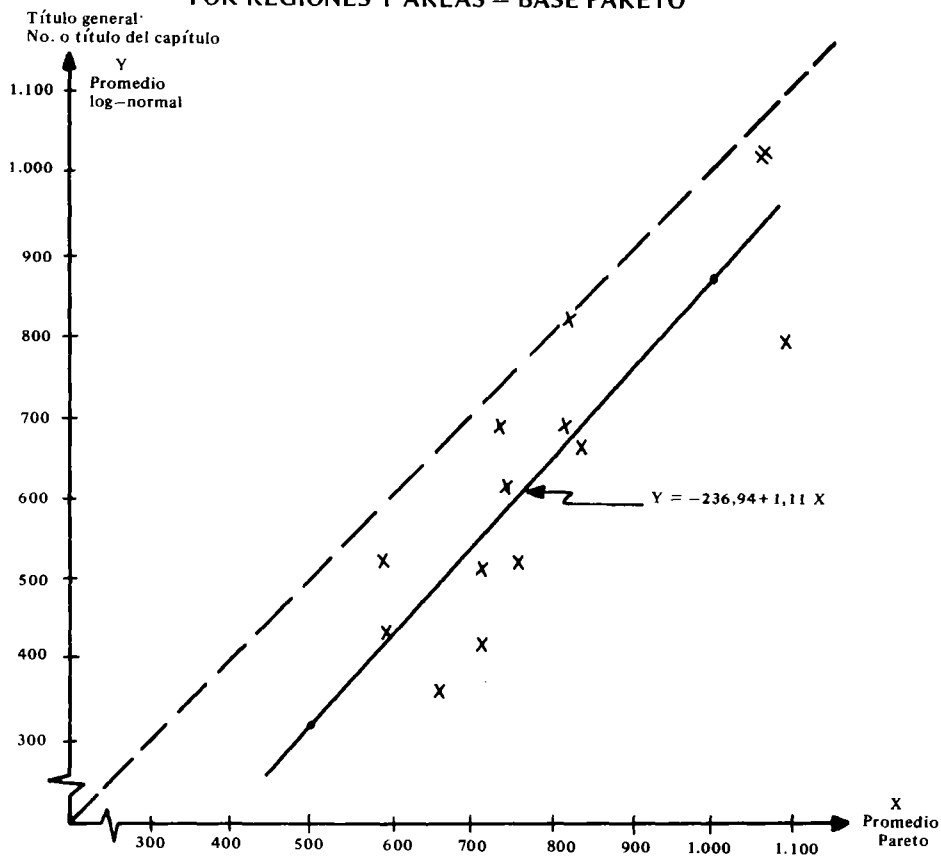


Tabla No. 43
COMPARACION DEL INGRESO PROMEDIO SEGUN PARETO Y
LOG-NORMAL POR REGIONES Y AREAS

Región y Area	Promedio	Promedio	o/o Base Pareto	Ordinalidad		D	D ²
	Pareto	Log-Normal		Pareto	Log-Normal		
Pacífica							
Total	718.9	518.8	— 27.83	10	10	—	—
Urbana	737.8	689.4	— 06.56	9	6	3	9
Rural	654.1	350.7	— 46.38	12	14	— 2	4
Central							
Total	740.7	623.0	— 15.89	8	8	—	—
Urbana	826.2	819.5	— 00.81	5	3	2	4
Rural	589.8	429.9	— 27.11	13	12	1	1
Bogotá							
Total	1059.3	1023.3	— 03.40	2	2	—	—
Urbana	1055.4	1024.7	— 02.91	3	1	2	4
Rural	285.1	686.6	— 40.83				
Oriental							
Total	756.9	520.8	— 31.19	7	9	— 2	4
Urbana	815.9	694.1	— 14.93	6	5	1	1
Rural	709.8	420.3	— 40.79	11	13	— 2	4
Atlántica							
Total	831.3	665.1	— 19.99	4	7	— 3	9
Urbana	1092.6	790.6	— 27.64	1	4	— 3	9
Rural	587.0	516.2	— 12.06	14	11	3	9
Σ			318.32				58

GRAFICO No. 10 A NUBE DE PUNTOS Y RECTA AJUSTADA POR REGIONES Y AREAS – BASE PARETO



SEGUNDA PARTE

CAPITULO I

LA DISTRIBUCION DE INGRESOS EN EL AMBITO INTERNACIONAL

Con el objeto de hacer posible la comparación de la distribución de ingresos de un país con la existente en otros países, se presenta a continuación información relevante sobre ingresos de varias naciones para las cuales ha sido posible obtener los datos respectivos. Al final se presenta una bibliografía y las fuentes de información que sirvieron de base para los cálculos de presentación y resultados.

1. FORMACION DE GRUPOS DE PAISES

Para hacer más viable la comparación internacional de un país con otros de su misma región o de características socio-económicas más o menos similares, se ha dividido a los países para los cuales logró obtener información, en tres grupos.

Los grupos A y B están conformados por países que tienen por lo menos dos de cuatro características que definen al grupo. En el cuadro siguiente se especifican estas características.

CARACTERISTICAS	GRUPO A	GRUPO B
1. Ingreso anual per-cápita en dólares	Menos de 400	De 400 a 1.000
2. Tasa de crecimiento anual de la población	Superior al 3o/o	Del 2o/o al 3o/o
3. Tasa de crecimiento anual del producto interno bruto	Menor del 5o/o	Del 5 al 6.5o/o
4. Participación de la agricultura en el total de la producción	Más del 30o/o	Menos del 30o/o

Al grupo C pertenecen aquellos países que pueden ser considerados como de economía desarrollada (*).

De acuerdo a lo anterior, se clasificaron en el grupo A los siguientes países: Ceilán, India, Pakistán, Irak, Filipinas, Madagascar, Marruecos, Sierra Leona, Tanzania, Chad,

(*) Se adoptó para este grupo la clasificación que sobre este aspecto trae el Anuario Estadístico de Cuentas Nacionales de Naciones Unidas, 1969, Vol.II.

Dohomey, costa de Marfil, Kenya, Niger, Nigeria, Zambia, Rhodesia del Sur, Senegal, Sudan, Colombia, Bolivia, Ecuador, Perú, Costa Rica, Salvador, Surinam. En el grupo B se clasificaron: Taiwan (China), Líbano, Gabón, Libia, Sur-Africa, Brasil, Chile, Jamaica, México, Panamá, Venezuela, Puerto Rico, Argentina. Al grupo C corresponden: Israel, Japón, Estados Unidos de América, Francia y República Federal Alemana.

2. ANALISIS POR GRUPOS DE PAISES

Para todos los países se ha calculado el coeficiente de concentración de ingresos a través del cual se podrá tener una visión de la situación prevaleciente en cuanto a una mayor o menor concentración de ingresos. Como ya se ha mencionado, este coeficiente tiene valores positivos menores que uno. Cuando el coeficiente tiende a cero, la distribución tiende a ser igualitaria y cuando tiende a la unidad, la distribución tiende a ser más desigual o sea hay mayor concentración de ingresos en pocos tramos de la población (*).

El gráfico No. 11 presenta estos resultados en forma de barómetros por grupos de países. En el grupo A tenemos que lo más notorio son los coeficientes bajos, siendo los más notables los correspondientes a Surinam (0.31) y a la India (0.34) sin embargo, también se encuentran coeficientes altos como los de Kenya (0.66) y Perú (0.63). Colombia (0.52) y Ecuador (0.518) se sitúan más o menos en el coeficiente promedio del grupo, sin ser este desde luego un coeficiente bajo.

En el grupo B predominan los coeficientes altos siendo Libia (0.82) la que presenta la más alta concentración de ingresos seguida por Gabón, mientras que el coeficiente más bajo corresponde a Venezuela y Argentina (0.435).

3. ANALISIS POR LOCALIZACION GEOGRAFICA DE PAISES

Se ha organizado a los países sobre los cuales se obtuvo información, por localización geográfica, ya sea que estos pertenezcan a Asia, Africa, América y Europa. La tabla 42 indica esta clasificación con información para cada país de su coeficiente de concentración estimado, el ingreso per-cápita en dólares, su población total, tasa de crecimiento de la población, tasa de crecimiento del Producto Interno Bruto y la participación de la agricultura con relación a la producción nacional total.

Al observar la tabla 42 puede verse que la mayor concentración de ingresos se encuentra en los países africanos puesto que la mayoría de ellos tienen coeficientes sobre 0.50; el promedio aproximado del coeficiente está alrededor de 0.52. El país que indica mayor concentración de ingresos es Libia (0.82) mientras que a Niger corresponde la menor concentración (0.32).

Los países americanos manifiestan también altas concentraciones de ingreso. El coeficiente promedio puede estimarse alrededor de 0.50, siendo el Perú y Salvador los

(*) Para una comparación más precisa entre países es importante tener en cuenta el tipo de investigación o fuente de información tomados como base para el análisis, las mismas que se detallan en sección especial.

países con más altos índices (0.63) y (0.62) respectivamente, y Surinam y Estados Unidos los más bajos (0.31) y (0.35) en su orden.

En Asia la situación es menos aguda. La mayor parte de países tienen coeficientes por debajo de 0.50 estando el promedio alrededor de 0.44. Irak y Líbano son los países con más alta concentración (0.58) y (0.52) respectivamente, mientras que Israel (0.31) e India (0.34) manifiestan menor concentración de ingresos.

Para Europa solamente fue posible calcular coeficientes de concentración para Francia con un valor realmente bajo (0.33) y para la República Federal Alemana con un coeficiente más bien alto (0.47).

4. ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE PARETO POR PAISES

Con los coeficientes de concentración (G) calculados puede obtenerse una cruda estimación del coeficiente b de Pareto para cualquier país, de la siguiente forma:

Como:
$$G = \frac{1}{2b-1}$$

Se tiene:
$$b = \frac{1+G}{2G}$$

Así por ejemplo, como el índice de Gini para Japón es de 0.40, entonces:

$$b = \frac{1 + 0.40}{2(0.40)} = 1.75$$

Con este valor de b estimado pueden aplicarse los métodos de cálculo explicados y obtener las diversas funciones analizadas.

5. GRAFICO DE LORENZ

Utilizando la información existente para varios países latinoamericanos se ha elaborado un gráfico de Lorenz en el cual se representan las distribuciones de ingreso para Argentina, Bolivia, Chile, Colombia, Brasil, Ecuador, Perú, Méjico y Venezuela. Del gráfico se desprende que la menor igualdad en la distribución se encuentra en Perú y Brasil en tanto que Chile y Argentina presentan menores concentraciones de ingresos. Ver gráfico (12).

GRAFICO No. 11
COEFICIENTE DE CONCENTRACION DE INGRESOS
POR GRUPOS DE PAISES

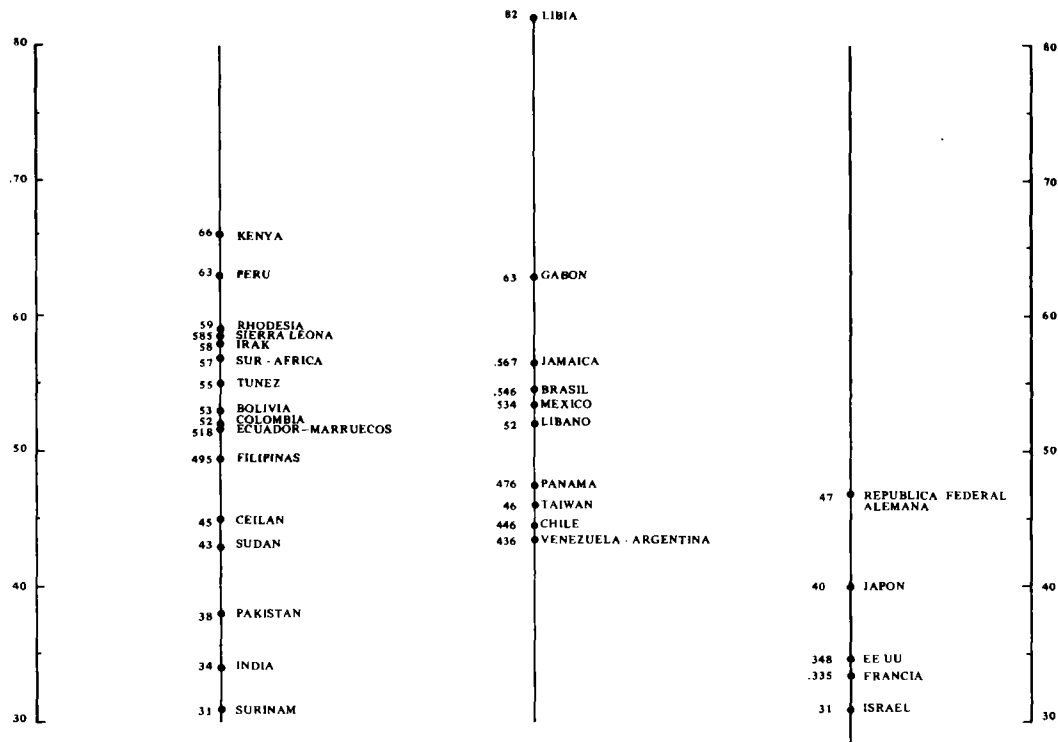
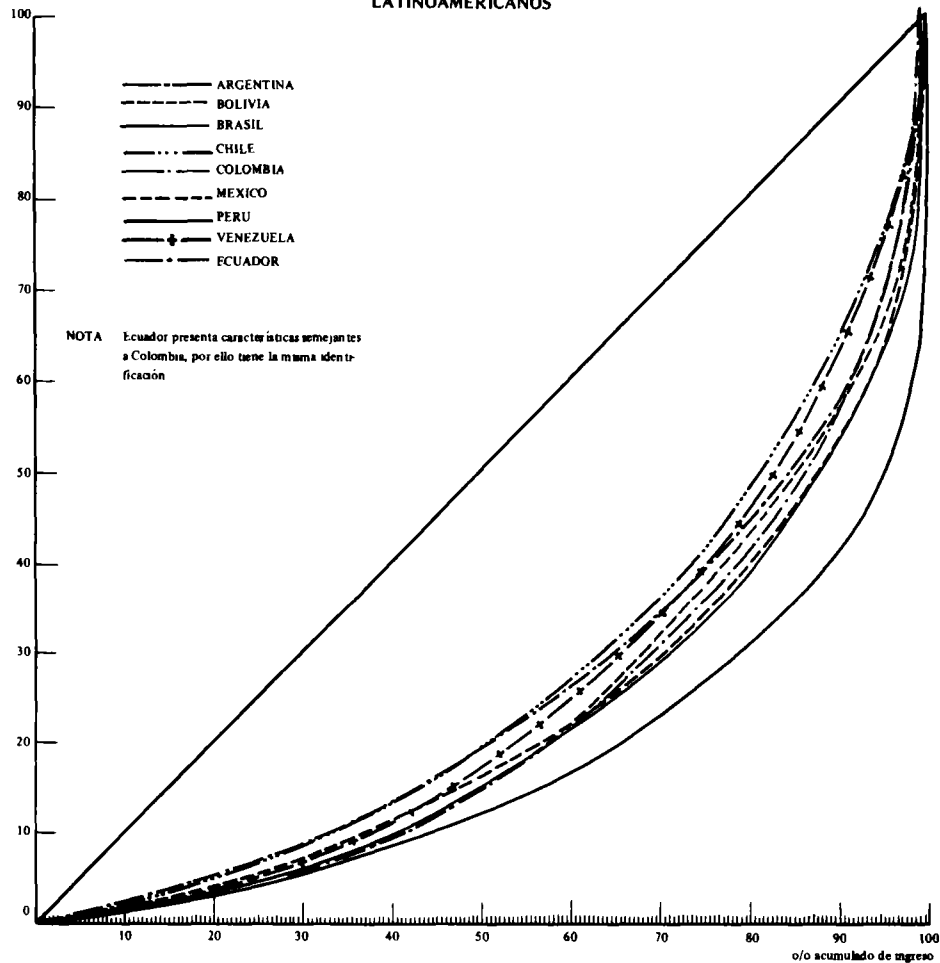


GRAFICO No. 12
 GRAFICA LORENZ
 DISTRIBUCION DE INGRESOS EN VARIOS PAISES
 LATINOAMERICANOS

o/o acumulado de personas



**CUADRO COMPARATIVO DE DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PAISES
SEGUN LOCALIZACION GEOGRAFICA Y OTRAS CARACTERISTICAS**

Países	Coficiente de Concentración 1/	Ingreso Anual per-capita (dólares) 1968 2/	Población 1971 Millones 3/	Tasa de Cre- cimiento de la población 3/	Tasa Promedio de crecimiento del P.I.B. 1950-68 2/	Participación de la agri- cultura con relación a la producción total (o/o) 1968 2/
Asia						
Ceilán	0.4543	131	12.9	2.4	3.9 20/	3.9
India	0.3380	71	569.5	2.6	3.6 13/	53 4/
Pakistan	0.3793	121	141.6	3.3	4.0	46
Taiwan (China)	0.4611	247	14.3	2.3	-	23
Irak	0.5775	228 4/	10.0	3.4	6.3 21/	19
Líbano	0.5185	427 4/	2.9	3.0	-	11 4/
Filipinas	0.4957	250	39.4	3.4	5.7	34
Israel	0.3088	1.158	3.0	2.4	-	8
Japón	0.4000	1.122	104.7	1.1	-	10
Africa						
Madagascar	0.5080	97 4/	7.1	2.7	2.7	53 7/
Marruecos	0.5182	185	16.3	3.3	2.2 22/	35
Sierra Leona	0.5847	126	2.7	2.3	3.7 23/	35
Tanzania	0.4912	62	13.6	2.6	4.3 24/	50
Chad	0.3170	60 5/	3.8	2.4	-	-
Dahomey	0.4025	69 6/	2.8	2.6	-	-
Gabón	0.6280	427 4/	0.5	0.9	-	22 6/
Costa de Marfil	0.4140	212 4/	4.4	2.4	-	41 6/

**CUADRO COMPARATIVO DE DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PAISES
SEGUN LOCALIZACION GEOGRAFICA Y OTRAS CARACTERISTICAS**

Paises	Coeficiente de Concentración 1/	Ingreso Anual per-cápita (dólares) 1968 2/	Población 1971 Millones 3/	Tasa de Cre- cimiento de la población 3/	Tasa Promedio de crecimiento del P.I.B. 1950-68 2/	Participación de la agri- cultura con relación a la producción total (o/o) 1968 2/
Kenya	0.6628	107	11.2	3.1	6.9 25/	35
Libia	0.8150	1.239	1.9	3.1	27.3 26/	3
Niger	0.3155	78 6/	4.0	2.9	-	59 6/
Nigeria	0.4921	68 6/	56.5	2.6	4.5 27/	56
Zambia	0.4926	236	4.4	3.0	6.8 19/	8
Rhodesia del Sur	0.5875	170	5.2	3.4	3.6 19/	16
Senegal	0.5680	183	4.0	2.4	-	-
Sur-Africa	0.5726	550	20.6	2.4	5.1	10
Sudan	0.4290	97 4/	16.3	3.2	6.5	54 8/
Tunez	0.5509	181	5.3	3.1	3.7 17/	17
América						9/ y 2/
Colombia	0.5212	299	22.1	3.4	4.6 13/	29 10/
Bolivia	0.5282	151	4.8	2.4	2.3	19 14/
Ecuador	0.5179	196	6.3	3.4	4.5 14/	31 10/
Perú	0.6343	246	14.0	3.1	5.5	20 6/
Costa Rica	0.4956	384	1.9	3.8	-	22 11/
Brasil	0.5461	271 4/	95.7	2.8	6.2 13/	19 6/
Chile	0.4465	449	10.0	2.3	4.0	7 10/
El Salvador	0.6244	245	3.6	3.4	6.8 15/	27 10/
Jamaica	0.5677	411	2.0	2.1	7.2 16/	8 10/
México	0.5341	511	52.5	3.4	6.2 13/	16 4/

**CUADRO COMPARATIVO DE DISTRIBUCION DE INGRESOS DE PAISES
SEGUN LOCALIZACION GEOGRAFICA Y OTRAS CARACTERISTICAS**

Países	Coefficiente de Concentración 1/	Ingreso Anual per-cápita (dólares) 1968 2/	Población 1971 Millones 3/	Tasa de Cre- cimiento de la población 3/	Tasa Promedio de crecimiento del P.I.B. 1950-68 2/	Participación de la agri- cultura con relación a la producción total (o/o) 1968 2/
Panamá	0.4761	507	1.5	3.3	7.9 17/	24 10/
Venezuela	0.4368	803	11.1	3.4	6.7	8 12/
Puerto Rico	0.4460	1.250	2.9	1.4	9.3 18/	5
Argentina	0.4340	609	24.7	1.5	3.3	13 11/
Surinam	0.3118	335 5/	9.4	3.2	—	13 10/
Estados Unidos	0.3482	3.578	207.1	1.1	3.7	3
Europa						
Francia	0.3347	1.927	51.5	0.7	5.1	7
República Fed. Alemana	0.4703	1.682	58.9	0.4	6.2	4
España	—	663	33.6	1.0	6.0 19/	16

1/ Fuente: Ver anexo sobre bibliografía y fuentes de información por países. 2/ Fuente: Year book of National Accounts Statistics. United Nations. Vol I y II; 1969. 3/ Fuente: Population Reference Bureau, Inc., Junio. 4/ Datos a 1967. 5/ Datos a 1965. 6/ Datos a 1966. 7/ Datos a 1955. 8/ Datos 1964. 9/ Fuente: Boletín Estadístico. Secretaría General de la Organización de los Estados Americanos, Junio de 1972. 10/ Datos a 1970. 11/ Datos a 1971. 12/ Datos a 1969. 13/ Promedio 50-67. 14/ Promedio 50-64. 15/ Promedio 59-67. 16/ Promedio 50-66. 17/ Promedio 60-68. 18/ Promedio 59-68. 19/ Promedio 54-68. 20/ Promedio 56-68. 21/ Promedio 53-68. 22/ Promedio 52-68. 23/ Promedio 63-66. 24/ Promedio 60-67. 25/ Promedio 64-68. 26/ Promedio 62-68. 27/ Promedio 60-66.

CAPITULO II

POLITICAS DE CORRECCION DE LA DESIGUAL DISTRIBUCION DE INGRESOS

1. LA SITUACION ACTUAL

De los resultados expuestos en el capítulo anterior puede deducirse que, por lo general, la distribución de los ingresos es progresivamente más equitativa según los países se encuentren en situación de mayor desarrollo. En otras palabras, la concentración de ingresos es generalmente más alta en los países subdesarrollados respecto de los desarrollados. Los coeficientes de concentración para estos países (grupo A y, en parte, grupo B, capítulo anterior) en su mayoría son superiores a 0.50, y si en varios casos tienen coeficientes inferiores, éstos representan una situación uniforme pero con características de pobreza y escasez. No así en los países desarrollados (grupo C), donde los bajos coeficientes de concentración de ingresos son expresión de un bienestar económico superior y generalizado de la población.

En consecuencia, y con el respaldo de datos estadísticos, no es aventurado afirmar que la situación prevaleciente en un país respecto de la distribución de ingresos de la población es un determinante de mucha importancia de su desarrollo económico: en el grado que se logre una mayor equidad en la distribución de los ingresos y, en general de la acumulación de riqueza, será posible alcanzar un mayor desarrollo del país y por lo mismo un más alto bienestar económico y social de la población. Desde luego que hay teorías que defienden la concentración de los ingresos como requisito para asegurar el desarrollo de las sociedades. Sobre esta disyuntiva, se tratará más adelante.

2. ALGUNAS CAUSAS DE LA CONCENTRACION DE INGRESOS

Puede afirmarse que dos son las causas más acentuadas de la inequitativa distribución en los países subdesarrollados: 1) Deficiente estructura distributiva de la propiedad, esto es acumulación en pocas manos de la propiedad y el capital, y 2) Marcadas diferencias en las remuneraciones al trabajo.

Desde luego, a más de estas dos causas básicas, se presentan en los países otras más que agravan la situación de inequidad de la distribución de ingresos. Así, pueden mencionarse:

- a) Políticas impositivas deficientes o insuficientes. Es notorio encontrar en los países poco desarrollados impuestos aplicados en su mayoría a artículos de consumo general más que a los de tipo suntuario, lo que determina que los grupos de población de rentas menores soporten imposiciones proporcionalmente más altas que los de rentas superiores. Igualmente, la política impositiva, aunque

ha tratado de corregirse en muchos países, ésta no alcanza todavía un suficiente desarrollo capaz de gravar más acentuadamente conforme los ingresos aumentan progresivamente. Sobre todo, que haya logrado evitar evasiones de gran magnitud en todos los niveles de ingreso, muy especialmente en los estratos superiores, que comprenden en gran parte a empresarios, capitalistas y propietarios de la tierra.

- b) Falta de control a las importaciones, lo cual determina desequilibrios notorios en la balanza de pagos. Si se relaciona importaciones con consumo y con ingresos, se encuentra que las primeras son consecuencia de las necesidades de consumo y este, a su vez, está determinado por la magnitud del ingreso. Sin embargo, sí se observa que las familias de escasos o medianos recursos apenas disponen de un ingreso que les permite cubrir sus necesidades básicas de alimentación, vivienda, vestuario, atención médica, recreación, etc. por lo que no están en condiciones de dedicar su ingreso a las importaciones. La mayor parte de la población dispone de esta clase de ingresos escasos o medianos, por lo que se encuentra que solamente un reducido grupo de familias está en capacidad de seleccionar sus consumos apelando a las importaciones de artículos de lujo que no reportan ningún beneficio al país sino que más bien contribuyen a empeorar su situación.

3. ALGUNAS TEORIAS Y MEDIDAS SOBRE REDISTRIBUCION DEL INGRESO.

Respecto a la redistribución del ingreso se han expresado dos teorías que resultan contrapuestas.

La *primera* favorece la concentración de los ingresos en pocas manos pertenecientes a los sectores más pudientes. Se argumenta que de esta manera se defiende y fomenta la inversión determinada por los ahorros, porque así, quienes perciben altos ingresos están en posibilidad de ahorrar. Estas ideas están inspiradas en el liberalismo económico que considera la desigual distribución del ingreso como el medio posible para que un país de desarrollo menor o incipiente pueda lograr una tasa de ahorro capaz de determinar un ritmo de capitalización suficiente para financiar las inversiones que transformen la estructura económica de un país.

La *segunda* en cambio, procura que determine la concentración de los ingresos y propende el traspaso de los recursos desde quienes lo han acumulado y ahorran o pueden ahorrar en grande proporción hacia quienes únicamente consumen. En realidad, en Europa, durante el siglo XVII, prevaleció la concentración del ingreso como una necesidad para el desarrollo, sin embargo, a partir del siglo XIX, y en América a principios del actual, los movimientos y reformas sociales que se han producido o se propugnan demandan la distribución equitativa de los ingresos en los países de economía privada o mixta, en especial, en aquellos en los que el ingreso per-cápita es más alto. Se ha visto, con los datos expuestos en el capítulo anterior, cómo estos países más desarrollados tienen coeficientes de concentración más bajos. Podría afirmarse, entonces, que para alcanzar un ingreso per-cápita más elevado en los países subdesarrollados y en desarrollo, es indispensable mejorar la distribución de los ingresos. 11

Se ha comprobado [40] que no existe ninguna relación positiva entre concentración de ingresos y formación de ahorros. Más bien, mientras la desigualdad es mayor, menor es la propensión al ahorro y, por ende, menor es la inversión. Es más propicio, en estos casos, el apareamiento de monopolios, y desequilibrios en la balanza de pagos como efecto de importaciones elevadas, sobre todo, de artículos suntuarios. Por otra parte, al desaparecer o disminuir los ingresos personales elevados no es que vaya a reducirse el ahorro privado. Aún más, si existiere la necesidad de contar con mayor ahorro para lograr un más rápido desarrollo, ésta lo lograría el Estado en forma de ahorro público capitalizado mediante endeudamiento externo y otras medidas de apropiación de saldos de ingresos.

En consecuencia, puede considerarse a la redistribución del ingreso como una medida eficaz e indispensable para lograr el desarrollo económico y social de las comunidades. No obstante, sería poco atinado enunciar políticas hacia una mejor distribución del ingreso similares o de tipo general para todos los países. En cada caso, las causas de la inequidad pueden ser diferentes y unas más determinantes que otras. Por lo mismo, las soluciones serían de diversa naturaleza. Desde luego, cuando se trata de países con características socioeconómicas más o menos parecidas, con una tradición muy arraigada respecto a la propiedad privada y con orígenes de ella muy similares, sí pueden diseñarse políticas que terminen con la concentración de los ingresos al aplicarlas en mayor o menor grado, según las características del país considerado.

Pueden ennumerarse, entre otras, las siguientes políticas:

1. Cambios en la estructura de tenencia de la tierra. Reforma Agraria.
2. Participación de los trabajadores, obreros y empleados en el capital de los establecimientos en los que sirven
3. Medidas de carácter educativo tendientes a capacitar a la población, incrementar su productividad y habilitarlos para ser activos agentes de su propio bienestar socioeconómico.
4. Instrumentos fiscales y monetarios. Imposición directa y progresiva. Control de importaciones. Mejores sistemas de imposición indirecta. Control de precios y políticas anti-inflacionistas.
5. Eficiencia administrativa y limitación de los egresos por administración.
6. Dinámica colaboración de la población para la aplicación general e indiscriminada de todas las políticas redistributivas.

Respecto de la primera medida lo que se trataría es de adaptar la economía agraria de tipo tradicional a la imponderabilidad y flexibilidad orgánica del desarrollo económico. Nuestros países dependen, y es inevitable que sigan dependiendo, de la producción agrícola; pero con una estructura agraria caduca de tipo latifundista, es imposible lograr un crecimiento económico suficiente. No se trataría, sin embargo, de caer en la negatividad del minifundio. La política sería buscar la igualdad del ingreso del sector agropecuario con el de los otros sectores. En el área rural el coeficiente de concentración es bajo (0.35 a 0.40), sin que ello diga que existe un bienestar económico superior. (*). No se traduce la desigualdad en el coeficiente simplemente

(*) Ver anexo 1.

porque los propietarios y gentes que obtienen altos ingresos en el campo, viven en el área urbana y no experimentan los dificultades de la población rural que casi universalmente se mantiene en condiciones de pobreza, produciendo únicamente altos ingresos para sus empleadores. Entonces, es imprescindible y por demás justo que quienes trabajan el campo participen de la propiedad y de los beneficios de la tierra. Desde luego, esta reforma agraria no debe circunscribirla a la repartición de tierras, sino debe ser global. Al nuevo propietario, que bien puede serlo en régimen que implique cooperativa o colectividad y no tenga capital ni recursos tecnológicos, debe ayudársele mediante políticas crediticias, asesoramiento tecnológico y aprovisionamiento de instrumental técnico suficiente. Al mismo tiempo, debería emprenderse en planes de control y expansión de la producción, en sistemas mejores y más baratos de comercialización, distribución y transporte de los productos, de tal naturaleza que no repercutan estas medidas en alteraciones de precios y peor inflaciones de fatales consecuencias.

En el segundo punto se trata de sugerir medidas que permitan al obrero, trabajador y empleado, llegar a co-participar significativamente en el capital de las empresas a las cuales están contribuyendo con su trabajo. Las diferencias de las utilidades entre propietarios y trabajadores son tan grandes que no están de acuerdo con el esfuerzo de los segundos por mantener y agrandar el ingreso y patrimonio de los primeros. Podrían adoptarse medidas que, bajo ciertas condiciones de tiempo de servicio, capacidad y eficiencia en el trabajo, permitan a los trabajadores participar del patrimonio en forma de acciones o sistemas equivalentes. Este hecho indiscutiblemente se traduciría en un incremento de la productividad del trabajo y, por lo mismo, aumento de las utilidades por cuanto al trabajador no solamente desempeñaría su labor a cambio del salario sino, en beneficio de su propio patrimonio. Las medidas que se enuncian en el punto 3, tienen relación con la necesidad de propender hacia un progreso educacional de tipo general y de capacitación técnica básica. En los estudios sobre fuerza de trabajo se ha encontrado que el desempleo es una consecuencia de la escasa o nula educación y capacitación para el trabajo. De otra parte, los ingresos, en buena forma, son función del nivel de educación (*); entonces, si se desea incrementar los ingresos de los estratos inferiores, es indispensable ampliar las políticas educativas destinando mayores recursos al sector de educación y capacitación profesional. Aquí juegan papel de gran importancia instituciones tales como el Servicio Nacional de Aprendizaje de Colombia (SENA), con una organización digna de imitar en otros países, o el Servicio de Capacitación Profesional de Ecuador (SECAP), que requiere de mejor organización y mayores recursos. Por otra parte, no es desconocido que se ha considerado, con mucha razón, al desarrollo educacional como requisito básico para alcanzar un desarrollo económico y social general. Una población con suficiente educación, no necesariamente especializada a altos niveles, tiene más oportunidades de empleo, hace posible un crecimiento demográfico controlado que puede contribuir a acelerar el desarrollo y, en general, participa conscientemente en la batalla por el bienestar de la población.

En el cuarto punto se mencionan varias políticas de indiscutible importancia. Una de las medidas de más inmediata aplicación por parte del Estado es la referente a la política fiscal. La tributación progresiva es un instrumento eficaz del estado para

(*) Ver anexo 1.

exigir a los sectores de altos ingresos mayores contribuciones. Este instrumento debe utilizarse en forma amplia, con políticas realmente progresivas de imposición que reduzcan la concentración de los ingresos, sin presionar indebidamente a los sectores menos pudientes. Esta medida debe tener su contrapartida en una política justa, positiva y amplia de gastos sociales que haga posible la transferencia de los recursos captados en los altos estratos a los sectores de bajos ingresos, los cuales estarían incrementando su ingreso total mediante ingresos no monetarios recibidos en forma de beneficios sociales dados por el Estado, tales como salud pública, condiciones de trabajo, mejoramiento de la vivienda, facilidades educativas, etc. Con esta política fiscal debe implantarse también un sistema justo de imposición indirecta tal que evite el alza de los precios de los productos básicos que son consumidos por los sectores de bajos ingresos. Deben frenarse y gravarse intensamente las importaciones de artículos de lujo que ningún beneficio ni productividad reportan al estado, sino más bien colaboran al resquebrajamiento del sistema de precios y al desequilibrio de la balanza de pagos. Han de dictarse las medidas necesarias para controlar los precios, disminuir o terminar los monopolios, evitar el alza del costo de la vida, equilibrar y normalizar los salarios de acuerdo a la situación prevaleciente del sistema de precios y se ha de acudir a las políticas más aconsejadas para no caer en olas inflacionarias de impredecibles consecuencias.

En el quinto y sexto punto se trata de definir a los responsables de la redistribución del ingreso. Indiscutiblemente el Estado es el primer organismo llamado a poner en práctica todos los mecanismos necesarios para lograr una distribución equitativa del ingreso. Para ello, no es suficiente la buena intención. Es básico, indispensable, imprescindible el vigor máximo para emprender el camino hacia la redistribución de los ingresos. Todas las medidas anteriores bien pueden resumirse como la búsqueda del incremento de la productividad y poder de compra de los estratos de bajos ingresos y transferencia de ese poder de compra de los más pudientes a los más necesitados y las puede poner en práctica el Estado mediante una adecuada y firme legislación social. Sin embargo, el vigor del Estado no estaría en dictar esta legislación, sino en aplicarla, ejecutarla y exigir su pleno y general acatamiento. Para esto, naturalmente, se requiere de la máxima eficacia administrativa, la cual se traduciría en capacidad de organización y administración y en la pulcritud frente al manejo del patrimonio del Estado.

Desde luego, no sería posible el éxito del Estado si no hay una positiva y real participación de la población. Los sectores superiores en ingresos deben comprender la necesidad de colaborar con los sectores menos pudientes y, éstos han de aceptar la necesidad de superarse para lograr un mejor bienestar. La población, en general, deberá entender que no debe dejarse solo al Estado en esta lucha hacia la redistribución de los ingresos, sino que tiene que existir una participación igual en el firme interés para alcanzar este objetivo imprescindible para el desarrollo económico y social.

APENDICES

APENDICE No. 1

RESUMEN Y CONCLUSIONES DE ANALISIS PREVIO SOBRE DISTRIBUCION DE INGRESOS EN COLOMBIA

1. INTRODUCCION

En el Boletín Mensual del DANE No. 237 correspondiente a Abril de 1971, se publicó un estudio del autor del presente trabajo y colaboradores sobre la Distribución de Ingresos en Colombia. Al igual que para el presente trabajo, también para el análisis que se resume se utilizaron los datos de la Encuesta Nacional de Hogares que realizó el DANE en las áreas urbanas y rurales en Julio de 1970.

El referido estudio consideró el análisis de la distribución de ingresos por nivel ocupacional, ramas de actividad, posición ocupacional, niveles de educación y para todo el país en general y por áreas, regiones y sexos.

A continuación se presentan las tablas de resultados de la encuesta que se utilizaron para el análisis y un resumen del estudio y las conclusiones que se desprenden del mismo.

2. CUADROS DE RESULTADOS

Cuadro No. 1

**INGRESO PROMEDIO Y COEFICIENTE DE CONCENTRACION
POR NIVEL OCUPACIONAL Y AREAS**

Nivel Ocupacional	Rural		Urbano		Total	
	Ingreso Promedio	Coefficiente de concent.	Ingreso Promedio	Coefficiente de concent.	Ingreso Promedio	Coefficiente de concent.
Profesionales Técnicos	3.083	0.634	3.562	0.520	3.549	0.514
Profesionales no técnicos, otros	1.137	0.205	2.585	0.455	2.452	0.453
Directores y funcionarios públicos 1/	7.042	0.756	6.911	0.428	6.918	0.430
Personal administrativo y similares	1.087	0.497	1.797	0.422	1.769	0.428
Comerciantes vendedores	806	0.495	1.635	0.594	1.538	0.595
Trabajadores de servicios	490	0.358	740	0.367	696	0.378
Trabajadores agrícolas forestales	539	0.396	869	0.557	589	0.434
Obreros no agrícolas	512	0.410	800	0.444	721	0.450
Artesanos operarios	750	0.405	1.088	0.382	1.046	0.388
Jornaleros 2/	722	0.403	1.025	0.387	963	0.395

1/ Superiores. 2/ Incluye conductores de maquinaria y vehículos de transporte y otros no especificados.

Cuadro No. 2

INGRESOS Y P.E.A. POR NIVEL OCUPACIONAL Y AREA

(Porcentajes)

Nivel ocupacional	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos
Profesionales técnicos	0.4	1.9	3.3	8.6	2.2	7.2
Profesionales no técnicos y otros	1.1	2.1	6.6	12.5	4.5	10.3
Directores y funcionarios públicos	0.1	1.3	1.1	5.5	0.7	4.6
Personal Administrativo y similares	0.7	1.4	11.3	14.9	7.3	12.0
Comerciantes y vendedores	3.1	4.3	14.7	17.6	10.3	14.8
Trabajadores de servicios	6.3	5.3	18.6	10.0	13.9	9.1
Trabajadores agrícolas y forestales	72.7	66.9	8.1	5.2	32.8	18.1
Obreros no agrícolas	7.0	6.2	11.6	6.7	9.8	6.6
Artesanos operarios	2.3	2.9	9.6	7.7	6.8	6.7
Jornaleros 1/	6.3	7.7	15.1	11.3	11.7	10.6
Total	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

1/ Incluye conductores de maquinaria y vehículos de transporte y otros no especificados.

Cuadro No. 3
INGRESO SEGUN NIVELES DE OCUPACION – TOTAL NACIONAL

(Porcentajes)

Código (*)	Trabajadores agrícolas		Obreros no agrícolas		Artesanos		Jornaleros	
	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos
1	60.8	25.8	51.6	17.9	22.8	5.5	27.2	7.1
2	90.6	63.7	77.9	45.3	62.6	34.0	67.5	38.5
3	95.5	74.2	91.9	69.6	82.9	58.3	86.2	62.8
4	97.3	79.6	96.0	79.5	91.1	72.1	92.8	74.9
5	98.3	83.6	97.6	84.6	94.7	79.9	96.1	82.7
6	98.6	85.0	98.1	86.4	96.0	83.3	97.3	86.1
7	99.0	87.4	98.8	90.0	98.5	91.5	98.5	90.6
8	99.2	89.4	99.1	91.7	99.6	96.1	99.3	94.3
9	99.5	92.1	99.4	93.8	99.8	97.1	99.4	94.9
10	99.6	92.5	99.6	95.6	99.8	97.1	99.5	95.3
11	99.7	94.6	99.9	98.8	99.9	97.9	99.8	97.8
12	99.8	95.8	100.0	100.0	99.9	97.9	100.0	100.0
13	99.9	97.7	—	—	99.9	97.9	—	—
14	100.0	100.0	—	—	100.0	100.0	—	—

(*) Ver descripción de códigos en cuadro No. 20

Cuadro No. 3

INGRESO SEGUN NIVELES DE OCUPACION – TOTAL NACIONAL

Continuación

(Porcentajes)

Código (*)	Profesionales técnicos		Profesionales no técnicos		Directores y funcionarios públicos	
	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos
1	5.9	0.4	3.7	0.4	0.9	—
2	25.1	4.4	17.3	4.6	2.8	0.2
3	38.7	9.2	47.4	19.9	6.5	0.9
4	47.0	13.3	67.9	34.5	14.9	3.0
5	55.0	18.4	75.6	41.6	26.1	6.7
6	61.2	23.2	80.9	47.6	34.5	10.0
7	70.8	32.6	86.7	55.9	41.1	13.3
8	79.1	43.2	91.0	63.3	50.4	19.4
9	83.7	50.4	94.0	70.4	53.2	21.6
10	87.7	57.7	95.8	75.1	61.6	29.5
11	92.6	69.5	97.4	80.7	79.4	51.3
12	98.2	89.1	98.3	85.2	90.6	71.6
13	98.8	92.2	99.0	90.5	93.4	78.7
14	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

(*) Ver descripción de códigos en cuadro No. 20

Cuadro No. 3

INGRESO SEGUN NIVELES DE OCUPACION – TOTAL NACIONAL

Continuación

(Porcentajes)

Código (*)	Personal administrativo		Comerciantes y vendedores		Trabajadores de servicios	
	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos
1	10.2	1.4	33.0	5.4	41.5	14.9
2	34.9	11.9	64.0	20.1	85.6	62.3
3	58.3	28.4	74.9	29.3	94.6	78.5
4	75.3	45.2	81.3	36.6	97.3	85.4
5	84.3	56.6	85.6	42.9	98.5	89.4
6	88.6	63.3	88.3	47.8	99.0	91.3
7	93.7	73.5	92.0	56.3	99.4	93.5
8	95.8	79.1	93.7	61.2	99.5	93.8
9	97.4	84.0	95.6	67.9	99.6	94.9
10	97.8	85.3	96.5	71.7	99.7	96.2
11	99.0	91.0	98.0	80.3	99.8	97.4
12	99.6	95.5	99.4	91.4	99.9	98.4
13	99.7	96.5	99.6	94.3	99.9	98.4
14	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

(*) Ver descripción de códigos en cuadro No. 20.

Cuadro No. 4

P.E.A. QUE INFORMO INGRESOS POR ACTIVIDAD, AREAS Y SEXOS

Actividades	Rural			Urbano			Total		
	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total
Agricultura, caza y pesca	4.213	181	4.394	736	33	769	4.949	214	5.163
Minas y canteras	40	7	47	35	1	36	75	8	83
Industria manufacturera	220	209	429	1.401	617	2.018	1.621	826	2.447
Electricidad, gas, agua	4	—	4	71	6	77	75	6	81
Construcción	108	3	111	514	16	530	622	19	641
Comercio, restaurantes y hoteles	151	92	243	1.187	629	1.816	1.338	721	2.059
Transporte y comunicaciones	79	3	82	531	56	587	610	59	669
Establecimientos financieros	6	—	6	189	73	262	195	73	268
Servicios comunales, sociales y personales	164	267	431	1.414	1.719	3.133	1.578	1.986	3.564
Total	4.985	762	5.747	6.078	3.150	9.228	11.063	3.912	14.975

Cuadro No. 5
INGRESO POR ACTIVIDAD, AREA Y SEXO

Actividades	(Miles de pesos)								
	Rural			Urbano			Total		
	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total
Agricultura, caza, pesca	2.343.7	71.8	2.415.5	726.0	24.5	750.5	3.069.7	96.3	3.166.0
Minas y canteras	48.2	2.3	50.5	66.3	0.2	66.5	114.5	2.5	117.0
Industria manufacturera	195.0	61.2	256.2	1.985.7	414.5	2.400.3	2.180.8	475.7	2.656.5
Electricidad, gas agua	2.5	—	2.5	126.8	12.7	139.5	129.3	12.7	142.0
Construcción	77.5	3.2	80.7	679.5	29.5	709.0	757.0	32.7	789.7
Comercio, restaurantes, hoteles	141.3	44.7	186.0	2.093.5	528.0	2.621.5	2.234.8	572.7	2.807.5
Transporte y comunicaciones	84.0	0.7	84.7	850.7	84.5	935.2	934.7	85.2	1.019.9
Establecimientos financieros	10.2	—	10.2	556.5	121.5	678.0	566.7	121.5	688.2
Servicios	125.8	131.7	257.5	2.712.5	1.493.0	4.205.5	2.838.3	1.624.7	4.463.0
Total	3.028.2	325.6	3.343.8	9.797.5	2.708.4	12.506.0	12.825.8	3.024.0	15.849.8

Cuadro No. 5

INGRESO POR ACTIVIDAD, AREA Y SEXO

Continuación

(Porcentajes)

Actividades	Rural						Urbano			
	Hombres		Mujeres		Total		Hombres		Mujeres	
	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos
Agricultura, caza, pesca	84.5	77.4	23.8	22.8	76.5	72.2	12.1	7.4	1.0	0.9
Minas y canteras	0.8	1.6	0.9	0.7	0.8	1.5	0.6	0.7	—	—
Industria manufacturera	4.4	6.4	27.4	19.4	7.5	7.7	23.0	20.3	19.6	15.3
Electricidad, gas y agua	0.1	0.1	—	—	0.1	0.1	1.2	1.3	0.2	0.5
Construcción	2.2	2.6	0.4	1.0	1.9	2.4	8.5	6.9	0.5	1.1
Comercio, restaurantes, hotel	3.0	4.7	12.1	14.2	4.2	5.6	19.5	21.4	20.0	19.5
Transporte y comunicaciones	1.6	2.8	0.4	0.2	1.4	2.5	8.7	8.7	1.8	3.1
Establecimientos financieros	0.1	0.3	—	—	0.1	0.3	3.1	5.7	2.3	4.5
Servicios comunales, sociales y personales	3.3	4.1	35.0	41.7	7.5	7.7	23.3	27.6	54.6	55.1
Comercio más servicios	6.3	8.8	47.1	55.9	11.7	13.3	42.8	49.0	74.6	74.6

Cuadro No. 5

INGRESO POR ACTIVIDAD, AREA Y SEXO

Continuación

Actividades	Urbano		Total					
	Total		Hombres		Mujeres		Total	
	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos
Agricultura, caza, pesca	8.3	6.0	44.7	23.9	5.5	3.2	34.5	20.0
Minas y canteras	0.4	0.5	0.7	0.9	0.2	0.1	0.6	0.7
Industria manufacturera	21.9	19.2	14.7	17.0	21.1	15.7	16.3	16.8
Electricidad, gas y agua	0.8	1.1	0.7	1.0	0.1	0.4	0.5	0.9
Construcción	5.7	5.7	5.6	5.9	0.5	1.2	4.3	5.0
Comercio, restaurantes, hotel	19.7	21.0	12.1	17.4	18.5	18.9	13.7	17.7
Transporte y comunicaciones	6.4	7.5	5.5	7.3	1.5	2.8	4.5	6.4
Establecimientos financieros	2.8	5.4	1.8	4.4	1.9	4.0	1.8	4.3
Servicios comunales, sociales y personales	34.0	33.6	14.2	22.2	50.8	53.7	23.8	28.2
Comercio más servicios	53.7	54.6	26.3	39.6	69.3	72.6	37.5	45.9

P.E.A. = Población Económicamente activa.

Cuadro No. 6

INGRESO PROMEDIO POR ACTIVIDAD AEREA Y SEXO

(pesos)

Actividades	Rural			Urbano			Total		
	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total
Agricultura, caza, pesca	556	396	595	986	742	976	620	450	613
Minas y canteras	1.206	321	1.074	1.893	250	1.847	1.527	313	1.410
Industria manufacturera	886	293	597	1.417	672	1.189	1.345	576	1.086
Electricidad, gas, agua	625	—	625	1.715	2.125	1.812	1.723	2.125	1.753
Construcción	718	1.083	727	1.322	1.844	1.338	1.217	1.723	1.232
Comercio, restaurantes, hoteles	935	486	765	1.764	839	1.444	1.670	794	1.364
Transporte y comunicaciones	1.063	250	1.034	1.602	1.509	1.593	1.532	1.445	1.525
Establecimientos financieros	1.708	—	1.708	2.944	1.664	2.587	2.906	1.664	2.568
Servicios comunales, sociales y personales	767	493	597	1.918	869	1.342	1.799	818	1.252
Comercio más servicios	848	492	658	1.848	861	1.379	1.794	812	1.293
Ingreso promedio total nacional	607	412	586	1.609	857	1.356	1.158	771	1.061

Cuadro No. 7

COEFICIENTE DE CONCENTRACION DE INGRESO POR ACTIVIDAD, AREA Y SEXO

Actividades	Rural			Urbano			Total		
	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total
Agricultura, caza y pesca	0.403	0.289	0.409	0.586	0.496	0.582	0.450	0.356	0.446
Minas y canteras	0.607	0.190	0.608	0.540	—	0.547	0.589	0.175	0.600
Industria manufacturera	0.478	0.140	0.471	0.488	0.426	0.498	0.493	0.427	0.509
Electricidad, gas, agua	0.350	—	0.350	0.451	0.564	0.468	0.477	0.566	0.490
Construcción	0.372	0.513	0.388	0.527	0.311	0.525	0.515	0.359	0.514
Comercio, restaurantes, hoteles	0.489	0.409	0.496	0.559	0.482	0.564	0.563	0.488	0.564
Transporte y comunicaciones	0.393	—	0.405	0.448	0.339	0.440	0.447	0.364	0.441
Establecimientos financieros	0.565	—	0.565	0.500	0.401	0.494	0.504	0.402	0.500
Servicios comunales, sociales y personales	0.319	0.374	0.386	0.517	0.362	0.507	0.510	0.371	0.509
Comercio más servicios	0.420	0.385	0.435	0.532	0.434	0.527	0.536	0.440	0.531
Total	0.4209	0.3289	0.4235	0.5208	0.4418	0.5290	0.5512	0.4511	0.5345

Cuadro No.8

INGRESO POR ACTIVIDAD ECONOMICA

(Porcentajes)

Código (*)	Agricultura, caza, pesca		Industria manufacturera		Construcción		Comercio y servicio	
	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumul. de pers.	Acumul. de ingr.
1	59.7	74.4	36.3	8.4	25.6	35.4	30.2	5.8
2	89.8	61.4	67.2	29.8	69.4	32.0	63.9	25.3
3	94.9	71.8	84.2	49.4	85.0	47.8	78.4	39.4
4	47.0	77.0	90.1	58.9	90.0	54.9	86.0	49.7
5	48.0	81.7	93.0	64.9	93.6	61.4	90.0	56.6
6	98.3	83.1	94.6	69.0	94.7	63.8	92.3	61.4
7	98.8	85.9	96.7	75.7	96.6	69.1	95.0	68.8
8	99.1	88.1	97.6	79.4	97.1	70.8	96.5	73.9
9	99.4	91.0	98.0	81.3	97.3	71.5	97.6	78.7
10	99.5	91.4	98.6	84.7	97.9	74.8	98.1	81.3
11	99.7	93.5	99.2	89.2	98.5	79.1	99.0	87.1
12	99.8	95.5	99.8	96.7	99.4	88.6	99.6	92.8
13	99.9	97.2	99.9	97.4	—	—	99.8	95.7
14	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

(*) Ver descripción de código en cuadro No. 20.

Cuadro No. 9

INGRESO POR POSICION OCUPACIONAL Y AREAS

(Porcentajes)

Posición Ocupacional	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos
Empleados	10.6	16.8	50.3	57.8	35.0	49.1
Obreros	45.9	36.6	20.9	12.4	30.5	17.5
Empleador	13.2	21.0	7.1	15.2	9.5	16.4
Cuenta propia	30.3	25.6	21.7	14.7	25.0	17.0
Total	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Cuadro No. 10

INGRESO PROMEDIO Y COEFICIENTE DE CONCENTRACION
POR POSICION OCUPACIONAL Y AREA

Posición Ocupacional	Rural		Urbano		Total Nacional	
	Ingreso promedio	Coefficiente concent.	Ingreso promedio	Coefficiente concent.	Ingreso promedio	Coefficiente concent.
Empleados	926	0.493	1.569	0.496	1.494	0.501
Obreros	466	0.322	810	0.353	611	0.370
Empleador	934	0.517	2.881	0.593	1.841	0.623
Cuenta propia	495	0.378	925	0.535	725	0.500

Cuadro No. 11

INGRESOS POR POSICION OCUPACIONAL
TOTAL

(Porcentajes)

Código	Empleados		Obreros		Empleadores		Cuenta propia	
	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos
1	20.5	3.4	49.0	20.4	32.5	4.4	57.2	9.7
2	54.2	20.3	86.9	15.8	58.4	15.0	83.3	46.7
3	72.5	35.6	96.1	84.8	71.4	23.9	90.9	59.8
4	82.7	47.6	98.5	91.8	77.7	29.9	94.5	68.6
5	88.0	55.6	99.2	94.3	82.8	36.1	96.3	74.2
6	90.6	60.5	99.4	95.4	85.3	39.8	97.2	77.7
7	93.9	68.1	99.8	97.4	89.0	46.9	98.3	82.9
8	95.8	73.7	99.9	97.9	91.3	52.4	99.0	87.1
9	96.9	77.9	—	—	93.9	60.2	99.3	89.5
10	97.8	81.7	—	—	94.8	63.4	99.4	90.0
11	98.8	87.6	—	98.2	97.1	73.8	99.7	93.5
12	99.5	93.8	—	98.6	98.6	83.9	99.9	97.7
13	99.7	96.3	—	99.2	99.0	87.9	—	98.3
14	100.0	100.0	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.0

Cuadro No. 11

INGRESOS POR POSICION OCUPACIONAL

URBANA

Continuación

(Porcentajes)

[illegible]

Cuadro No. 11

INGRESOS POR POSICION OCUPACIONAL

RURAL

Continuación

(Porcentajes)

Código	Empleados		Obreros		Empleadores		Cuenta Propia	
	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos
1	41.0	11.1	63.5	34.0	44.1	11.8	67.3	34.0
2	73.9	37.8	96.0	86.2	75.1	36.7	91.3	70.3
3	89.6	59.1	98.9	94.0	87.8	53.7	96.5	83.5
4	93.8	67.2	99.5	96.4	92.3	62.1	98.7	91.2
5	94.9	70.0	99.7	97.9	95.6	70.0	99.2	93.5
6	95.9	72.4	—	—	96.5	72.7	99.4	94.8
7	97.0	76.7	99.8	98.2	97.4	76.2	99.7	96.9
8	97.5	79.1	99.9	98.6	97.9	78.7	99.8	97.4
9	98.6	85.9	—	—	98.5	82.6	99.9	98.0
10	99.1	89.3	—	—	98.9	85.3	—	—
11	99.6	93.8	—	—	99.4	90.1	100.0	100.0
12	99.8	96.0	—	—	99.7	93.6	—	—
13	99.8	—	100.0	100.0	—	—	—	—
14	100.0	100.0	—	—	100.0	100.0	—	—

Cuadro No. 12
INGRESOS POR NIVEL EDUCACIONAL Y AREA
(Jefes de Hogar)

(Porcentajes)

Nivel educacional	Rural		Urbano		Nacional	
	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos
Ninguna	35.2	29.0	13.2	5.9	22.4	10.9
Primaria urbana	22.4	25.1	49.1	35.9	38.0	33.6
Primaria rural	39.2	36.4	7.9	4.6	20.9	11.4
Total Primaria	61.6	61.5	57.0	40.5	58.9	45.0
Bachillerato básico	1.6	2.7	11.3	13.1	7.3	10.8
Bachillerato clásico	0.7	2.0	8.7	15.6	5.4	12.7
Otra secundaria	—	0.1	0.5	0.7	0.3	0.6
Secundaria técnica						
vocacional	—	0.1	1.5	2.4	0.9	1.9
Normal	0.2	0.4	1.3	1.9	0.8	1.6
Total Secundaria	2.6	5.3	23.3	33.7	14.7	27.6
Superior universitaria	0.4	3.6	5.2	17.5	3.2	14.5
Otros	0.2	0.6	1.3	2.4	0.8	2.0
GRAN TOTAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

Cuadro No.13

**COEFICIENTES DE CONCENTRACION E INGRESOS PROMEDIO POR NIVEL EDUCACIONAL Y AREAS
(Jefes de Hogar)**

Nivel Educativo	Urbano		Rural		Nacional	
	Coefficiente concentración	Ingreso promedio	Coefficiente concentración	Ingreso promedio	Coefficiente concentración	Ingreso promedio
Ninguna	0.4522	1.002	0.4291	705	0.4475	806
Primaria urbana	0.4551	1.628	0.4897	961	0.4248	1.464
Primaria rural	0.4544	1.316	0.4503	795	0.4678	910
Total Primaria	0.4543	1.584	0.4682	855	0.4868	1.267
Bachillerato básico	0.4544	2.578	0.4279	1.463	0.4606	2.478
Bachillerato clásico	0.4879	3.987	0.5354	2.444	0.4896	3.905
Otra Secundaria	0.3050	2.958	—	4.250	0.2929	3.000
Secundaria Técnica vocacional	0.4667	3.524	0.3706	1.500	0.4703	3.453
Normal	0.4522	3.386	0.1886	1.469	0.3851	3.189
Total Secundaria	0.4792	3.219	0.4728	1.758	0.4829	3.113
Superior universitaria	0.4126	7.541	0.4312	7.967	0.4132	7.562
Otras	0.4888	4.035	0.3574	3.036	0.4835	3.945

Cuadro No. 14
INGRESO POR NIVEL EDUCACIONAL Y GRUPO DE OCUPACION

Nivel educativo	(Porcentajes en sentido horizontal)										
	1/	2/	3/	4/	5/	6/	7/	8/	9/	10/	11/
Ninguna	—	0.06	—	0.44	6.50	16.00	60.41	6.71	1.89	7.99	100.00
Primaria urbana	—	0.89	0.20	3.97	13.22	17.77	23.67	12.62	10.43	17.23	100.00
Primaria rural	—	0.24	—	0.85	4.75	7.74	69.66	7.48	1.96	7.32	100.00
Bachillerato básico	3.65	7.02	1.15	20.68	19.04	7.95	6.23	10.59	11.23	12.46	100.00
Bachillerato clásico	4.22	10.47	2.69	29.59	21.23	6.05	4.42	7.59	6.15	7.59	100.00
Secundaria técnica ó vocacional	7.14	10.33	2.38	42.46	8.33	4.37	2.38	7.14	10.71	4.76	100.00
Otra secundaria	5.13	13.68	—	52.99	7.69	7.69	0.85	5.98	5.14	0.85	100.00
Normal	1.62	86.24	0.81	2.83	2.02	1.62	0.40	2.44	0.40	1.62	100.00
Superior universitaria	30.67	34.66	6.09	14.72	6.09	1.05	1.89	1.26	1.89	1.68	100.00
Otras	33.68	9.47	1.75	23.86	6.32	3.86	1.75	5.97	7.02	6.32	100.00
(Porcentajes en sentido vertical)											
Ninguna	—	0.27	—	1.22	11.80	23.97	31.88	13.77	5.66	13.41	
Primaria urbana	—	8.53	14.00	22.37	48.62	53.93	25.31	52.51	63.15	58.61	
Primaria rural	—	1.24	—	2.59	9.47	12.75	40.42	16.89	6.45	13.50	
Bachillerato básico	13.97	13.48	16.00	23.42	14.07	4.85	1.34	8.86	13.68	8.51	
Bachillerato clásico	12.06	15.00	28.00	24.96	11.69	2.75	0.71	4.73	5.58	3.86	
Secundaria técnica ó vocacional	4.93	3.58	6.00	8.67	1.11	0.48	0.10	1.08	2.35	0.59	
Otra secundaria	1.64	2.20	—	5.02	0.48	0.39	0.01	0.42	0.52	0.05	
Normal	1.10	29.30	2.00	0.57	0.27	0.18	0.01	0.36	0.09	0.20	
Superior universitaria	40.00	22.69	29.00	5.67	1.54	0.22	0.14	0.36	0.78	0.39	
Otras	26.30	3.71	5.00	5.51	0.95	0.48	0.08	1.02	1.74	0.88	
Total	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	

1/ Profesional técnico. 2/ Profesional no técnico. 3/ Directores y funcionarios públicos. 4/ Personal administrativo y similares. 5/ Comerciantes y vendedores. 6/ Trabajadores de servicios. 7/ Trabajadores agrícolas, forestales y pescadores. 8/ Obreros no agrícolas y mineros. 9/ Artesanos operarios. 10/ Jornaleros, conductores maquinaria no especificados. 11/Total.

Cuadro No. 15

**INGRESO POR NIVEL EDUCACIONAL
TOTAL**

Código*	Ninguna		Primaria		Secundaria		Superior Universitaria	
	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos	Acumulado de personas	Acumulado de ingresos
1	45.3	14.1	29.5	5.8	5.2	0.4	2.7	0.1
2	76.6	43.2	60.5	24.1	22.5	4.6	7.4	0.6
3	94.5	76.6	84.3	52.3	52.1	18.9	14.8	2.1
4	98.6	90.6	95.0	75.5	74.1	38.3	29.2	7.3
5	99.3	94.1	97.8	84.8	85.2	53.5	41.6	14.3
6	99.9	98.5	99.2	91.6	92.1	67.3	62.4	31.5
7	100.0	100.0	99.6	94.6	95.7	77.3	76.5	47.8
8	—	—	99.9	98.7	99.1	93.7	94.3	83.0
9 a 14	—	—	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

URBANA

	(Porcentajes)							
1	35.9	9.0	18.2	2.9	4.6	0.4	2.8	0.1
2	66.9	32.2	48.1	17.1	20.7	4.1	7.0	0.5
3	91.3	68.7	77.1	44.6	50.2	17.9	14.1	1.9
4	97.4	85.4	92.4	70.9	72.8	37.1	29.3	7.4
5	98.6	90.7	96.8	82.8	84.4	52.5	42.4	14.8
6	99.7	97.6	98.9	91.0	91.8	66.9	62.2	31.2
7	100.0	100.0	99.4	94.0	95.6	77.1	76.3	47.6
8	—	—	99.9	99.1	99.1	93.5	94.7	84.2
9 a 14	—	—	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

(*) Ver descripción de códigos en cuadro No.21.

Cuadro No. 15
INGRESO POR NIVEL EDUCACIONAL
RURAL

(Porcentajes)

Código*	Ninguna		Primaria		Secundaria		Superior Universitaria	
	Acumulado de personas	Acumulado de personas	Acumulado de personas	Acumulado de personas	Acumulado de personas	Acumulado de personas	Acumulado de personas	Acumulado de personas
1	50.1	17.8	44.0	12.9	13.0	1.8	—	—
2	81.6	51.3	76.4	41.3	46.0	15.8	13.3	1.3
3	96.2	82.5	93.5	71.3	77.0	42.3	26.6	3.8
4	—	94.4	98.4	86.9	92.0	65.8	—	—
5	96.6	96.6	99.0	90.0	97.0	77.9	—	—
6	99.9	99.1	99.5	93.3	—	—	66.7	35.2
7	100.0	100.0	99.8	96.3	98.0	82.9	80.0	49.8
8	—	—	99.9	97.8	100.0	100.0	86.7	62.3
9 a 14	—	—	100.0	100.0	—	—	100.0	100.0

(*) Ver descripción de código en cuadro No. 21

Cuadro No. 16
INGRESO POR AREA, SEXO Y REGION DEL PAIS

Sexo—Regiones	(Porcentajes en sentido vertical)					
	Rural		Urbana		Total	
	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos	P.E.A.	Ingresos
Hombres	86.82	90.70	65.94	78.43	73.95	81.00
Mujeres	13.18	9.30	34.06	21.57	26.05	19.00
Total	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Atlántico	19.50	23.80	17.86	17.59	18.49	18.91
Oriental	29.55	29.78	13.54	11.23	19.68	15.17
Bogotá	0.40	0.62	25.74	32.21	16.02	25.51
Central	29.10	28.60	24.50	23.02	26.27	24.20
Pacífica	21.45	17.20	18.36	15.95	19.54	16.21
Total	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
(Porcentajes en sentido horizontal)						
Hombres	45.05	23.74	54.95	76.26	100.00	100.00
Mujeres	19.42	10.40	80.58	89.60	100.00	100.00
Total	38.37	21.21	61.63	78.79	100.00	100.00
Atlántica	40.47	26.70	59.53	73.30	100.00	100.00
Oriental	57.61	41.66	42.39	58.34	100.00	100.00
Bogotá	0.96	0.51	99.04	99.49	100.00	100.00
Central	45.52	25.06	57.48	74.94	100.00	100.00
Pacífica	42.11	22.51	57.89	77.49	100.00	100.00
Total	38.37	21.21	61.63	78.79	100.00	100.00

Cuadro No. 17

**INGRESO PROMEDIO Y COEFICIENTE DE CONCENTRACION
POR AREA SEXO Y REGION**

Sexo—Regiones	Rural		Urbano		Total	
	Ingreso promedio	Coefficiente concentración	Ingreso promedio	Coefficiente concentración	Ingreso promedio	Coefficiente concentración
Total	586	0.424	1.356	0.529	1.061	0.535
Hombres	607	0.421	1.609	0.521	1.158	0.551
Mujeres	413	0.329	857	0.442	771	0.451
Regiones						
Atlántico	716	0.423	1.300	0.538	1.085	0.563
Oriental	591	0.433	1.125	0.516	817	0.503
Bogotá	902	0.381	1.697	0.530	1.689	0.526
Central	576	0.500	1.274	0.491	978	0.500
Pacífica	470	0.391	1.178	0.544	880	0.546

Cuadro No. 18
INGRESO POR AREAS
TOTAL

Código	Rural		Urbano		Total	
	acumulado /1	acumulado /2	acumulado /1	acumulado /2	acumulado /1	acum./2
1	59.7	25.4	27.8	5.1	40.0	9.4
2	89.5	63.5	61.1	23.5	72.0	32.0
3	95.7	76.9	77.2	38.3	84.3	46.5
4	97.7	82.9	85.4	48.9	90.1	56.1
5	98.6	86.3	89.7	56.0	93.1	62.5
6	98.8	87.6	91.9	60.4	94.5	66.2
7	99.1	89.7	94.7	67.6	96.3	72.3
8	99.3	91.0	96.3	73.0	97.4	76.8
9	99.5	93.0	97.3	77.1	98.1	80.4
10	99.6	94.1	97.8	79.9	98.5	82.8
11	99.8	96.4	98.8	86.0	99.2	88.1
12	99.9	97.5	99.5	92.7	99.7	93.6
13	99.9	98.0	99.7	95.2	99.8	95.7
14	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

HOMBRES

Continuación Cuadro No.18

Código	Rural		Urbano		Total	
	acumulado /1	acumulado /2	acumulado /1	acumulado /2	acumulado /1	acum./2
1	56.8	23.4	22.0	3.4	37.7	8.1
2	88.9	63.1	54.0	18.3	69.7	28.8
3	95.3	76.3	71.9	32.2	82.4	42.5
4	97.4	82.4	80.9	42.1	88.4	51.2
5	98.4	86.1	86.1	49.4	91.7	58.0
6	98.7	87.4	88.8	74.1	93.3	62.0
7	99.1	89.7	92.5	62.0	95.5	68.6
8	99.3	91.2	94.7	68.2	96.8	73.7
9	99.6	93.4	96.1	73.1	97.8	77.9
10	99.7	94.5	96.8	76.2	98.3	80.5
11	99.9	97.0	98.3	83.4	99.1	86.6
12	99.9	97.8	99.3	91.3	99.7	92.8
13	99.9	97.8	99.6	94.5	99.8	95.3
14	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

MUJERES

1	78.4	47.5	39.0	11.4	46.6	15.1
2	92.8	73.7	75.0	42.9	78.4	46.1
3	98.1	89.7	87.7	61.4	89.7	64.3
4	99.3	94.7	94.1	74.5	95.1	76.5
5	99.6	96.1	96.5	80.8	97.1	82.3
6	99.9	97.9	97.5	84.2	98.0	85.5
7	99.9	—	98.6	88.7	98.9	89.6
8	99.9	—	99.1	91.4	99.3	92.0
9	99.9	—	99.4	93.0	99.5	93.5
10	100.0	100.0	99.6	94.7	99.7	95.2
11	—	—	99.8	96.9	99.9	97.2
12	—	—	100.0	99.2	100.0	99.3
13	—	—	—	99.2	—	99.3
14	—	—	—	100.0	—	100.0

Cuadro No. 19
INGRESO POR REGIONES

(Porcentajes)

Código	ATLANTICA		ORIENTAL		BOGOTA		CAENTRAL		PACIFICO	
	o/o Acumulado 1/	o/o Acumulado 2/	o/o Acumulado 1/	o/o Acumulado 1/	o/o Acumulado 1/	o/o Acumulado 2/	o/o Acumulado 1/	o/o Acumulado 2/	o/o Acumulado 1/	o/o Acumulado 2
1	35.6	8.2	49.3	15.1	19.0	2.8	39.1	10.0	53.2	15.1
2	71.6	33.1	80.9	44.1	53.0	17.9	72.5	35.1	78.1	36.4
3	84.8	48.3	90.0	58.0	68.5	29.4	86.8	53.9	87.6	49.8
4	90.8	57.9	94.1	66.8	78.3	39.6	92.2	53.6	92.2	59.0
5	93.8	64.1	95.9	71.8	84.3	47.6	95.0	70.0	94.1	64.0
6	94.8	66.6	96.9	75.2	87.6	52.9	96.2	73.5	95.2	67.4
7	96.5	72.1	98.0	79.7	91.6	61.3	97.3	77.5	97.2	75.4
8	97.5	76.4	98.4	81.7	94.6	69.3	97.9	80.4	98.0	79.2
9	98.1	79.1	98.9	84.9	95.8	73.2	98.6	84.1	98.7	83.7
10	98.4	81.1	99.2	87.1	96.8	76.9	98.8	85.5	99.1	86.5
11	99.1	86.8	99.6	91.7	98.3	84.6	99.3	90.1	99.4	89.1
12	99.6	92.6	99.7	93.8	99.3	92.0	99.8	95.9	99.7	94.0
13	99.8	95.5	99.8	95.3	99.6	95.0	—	—	99.9	97.4
14	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

(*) Ver descripción de códigos en cuadro No.20.

1/ De personas

2/ De ingresos

Cuadro No.20
INTERVALOS DE INGRESO DE LA PO-
BLACION ECONOMICAMENTE ACTIVA*

Código	Ingreso mensual			
1	Menos de \$500			
2	de	501	a	1.000
3	de	1.001	a	1.500
4	de	1.501	a	2.000
5	de	2.001	a	2.500
6	de	2.501	a	3.000
7	de	3.001	a	4.000
8	de	4.001	a	5.000
9	de	5.001	a	6.000
10	de	6.001	a	7.000
11	de	7.001	a	10.000
12	de	10.001	a	15.000
13	de	15.001	a	20.000
14	Más de 20.000			

* Corresponden a los cuadros y gráficos del análisis global y análisis por nivel ocupacional, actividades y posición ocupacional (Cap. I,II,III, V)

Cuadro No.21
INTERVALOS DE INGRESOS DE
LOS JEFES DE HOGAR*

Código	Ingreso mensual			
1	Menos de \$500			
2	de	501	a	1.000
3	de	1.001	a	2.000
4	de	2.001	a	3.500
5	de	3.501	a	5.000
5	de	5.001	a	7.500
7	de	7.501	a	10.000
8	de	10.000	a	20.000
9	Más de \$20.000			

* Corresponden a los cuadros y gráficos por nivel educacional incluidos en el (Cap. IV).

Cuadro No. 22

POR NIVEL OCUPACIONAL Y AREAS

(Expansión de la muestra (Miles))

Nivel Ocupacional	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o
Profesionales técnicos	7.1	0.4	102.3	3.3	109.4	2.2
Profesionales no técnicos	20.9	1.1	207.0	6.6	227.9	4.5
Dir. funcionarios públicos	2.1	0.1	34.4	1.1	36.5	0.7
Personal administrativo y similares	14.5	0.7	353.7	11.3	368.2	7.3
Comerciantes, vendedores	60.8	3.1	460.8	14.7	521.6	10.3
Trabajadores de servicios	122.9	6.3	579.0	18.6	701.9	13.9
Trabajadores agrícolas forestales	1,409.6	72.7	253.6	8.1	1,663.2	32.8
Obreros no agrícolas	136.1	7.0	360.7	11.6	496.8	9.8
Artesanos y operarios	43.6	2.3	300.8	9.6	344.4	6.8
Jornales y conductores	121.6	6.3	473.0	15.1	594.6	11.7
Total	1,939.2	100.0	3,125.3	100.0	5,064.5	100.00

Los totales de la P.E.A. informante pueden no coincidir con las demás expansiones que se presentan, por cuanto el número de personal que no informan ingresos es diferente según el tema investigado.

Cuadro No.23
POR ACTIVIDADES Y AREAS

Actividades	TOTAL					
					(Expansión de la muestra (Miles))	
	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o
Agricultura	1.484.1	76.5	259.7	8.3	1.743.8	34.5
Minas y canteras	15.8	0.8	12.1	0.4	27.9	0.6
Industria manufacturera	144.9	7.5	681.5	21.9	826.4	16.3
Electricidad, gas, agua	1.4	0.1	25.9	0.8	27.3	0.5
Construcción	37.4	1.9	179.0	5.7	216.4	4.3
Comercio	82.1	4.2	613.3	19.7	695.4	13.7
Transporte y comunicaciones	27.7	1.4	198.3	6.4	226.0	4.5
Establecimientos financieros	2.0	0.1	88.5	2.8	90.5	1.8
Servicios	145.5	7.5	1.058.1	34.0	1.203.6	23.8
Total	1.940.9	100.0	3.116.4	100.0	5.057.3	100.0

Cuadro No.24
POR ACTIVIDADES Y AREAS
Hombres

Actividades	(Expansión de la muestra (Miles))					
	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o
Agricultura	1.423.0	84.5	248.6	12.1	1.671.6	44.7
Minas y canteras	13.4	0.8	11.8	0.6	25.2	0.7
Industria manufacturera	74.3	4.4	473.1	23.0	547.4	14.7
Electricidad, gas, agua	1.4	0.1	23.9	1.2	25.3	0.7
Construcción	36.4	2.2	173.6	8.5	210.0	5.6
Comercio	51.0	3.0	400.9	19.5	451.9	12.1
Transporte y comunicaciones	26.7	1.6	179.4	8.7	206.1	5.5
Establecimientos financieros	2.0	0.1	63.9	3.1	65.9	1.8
Servicios	55.4	3.3	477.6	23.3	533.0	14.2
Total	1.683.6	100.0	2.052.8	100.0	3.736.4	100.0

Cuadro No.25
POR ACTIVIDADES Y AREAS
Mujeres

(Expansión de la muestra (Miles))

Actividades	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o
Agricultura	61.1	23.8	11.1	1.0	72.2	5.5
Minas y canteras	2.4	0.9	0.3	—	2.7	0.2
Industria manufacturera	70.6	27.4	208.4	19.6	279.0	21.1
Electricidad, gas, agua	—	—	2.0	0.2	2.0	0.1
Construcción	1.0	0.4	5.4	0.5	6.4	0.5
Comercio	31.1	12.1	212.4	20.0	243.5	18.4
Transporte y comunicaciones	1.0	0.4	18.9	1.8	19.9	1.5
Establecimientos financieros	—	—	24.6	2.3	24.6	1.9
Servicios	90.1	35.0	580.5	54.6	670.6	50.8
Total	257.3	100.0	1,063.6	100.0	1,320.9	100.0

Cuadro No.26
POR POSICION OCUPACIONAL Y AREAS

(Expnación de la muestra (Miles))

Posición Ocupacional	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o
Empleados	206.0	10.6	1.559.6	50.3	1.765.6	35.0
Obreros	890.9	45.9	646.1	20.8	1.537.0	30.5
Empleador	256.0	13.2	222.9	7.2	478.0	9.5
Cuenta propia	586.9	30.3	671.4	21.7	1.258.3	25.0
Total	1.939.8	100.0	3.100.0	100.0	5.039.8	100.0

Cuadro No.27
JEFES DE HOGAR POR NIVEL EDUCATIVO Y AREAS

(Expansión de la muestra (Miles))

Nivel Educativo	Jefes de hogar viviendo en áreas					
	Rural	o/o	Urbana	o/o	Total	o/o
Ninguna	465.7	35.2	243.8	13.2	709.5	22.4
Primaria urbana	296.5	22.4	909.8	49.1	1,206.3	38.0
Primaria rural	517.3	39.2	145.6	7.9	662.9	20.9
Total primaria	813.8	61.6	1,055.4	57.0	1,869.2	58.9
Bachillerato básico	20.6	1.6	209.1	11.3	229.7	7.3
Bachillerato clásico	9.1	0.7	161.8	8.7	170.9	5.4
Otra secundaria	0.4	—	10.1	0.5	10.5	0.3
Sub-total secundaria	30.1	2.3	381.0	20.5	411.1	13.0
Secundaria técnico vocacional	1.0	0.1	27.9	1.5	28.9	0.9
Normal	2.7	0.2	23.6	1.3	26.3	0.8
Total secundaria	33.8	2.6	432.5	23.3	466.3	14.7
Superior universitaria	5.1	0.4	95.5	5.2	100.6	3.2
Otras	2.4	0.2	23.9	1.3	26.3	0.8
Gran Total	1,320.8	100.0	1,851.1	100.0	3,171.9	100.0

Cuadro No,28
POR REGIONES, SEXO Y AREAS

Regiones y sexos	(Expansión de la muestra (Miles))					
	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o
Regiones						
Atlántica	378.6	19.5	556.9	17.9	935.5	18.5
Oriental	573.6	29.6	422.2	13.5	995.8	19.7
Bogotá D.E.	7.8	0.4	802.7	25.7	810.5	16.0
Central	565.1	29.1	764.0	24.5	1.329.1	26.3
Pacífico	416.3	21.4	572.5	18.4	988.8	19.5
Total	1.941.4	100.0	3.118.3	100.0	5.059.7	100.0
Sexo						
Hombres	1.685.5	86.8	2.056.2	65.9	3.741.7	74.0
Mujeres	255.9	13.2	1.062.1	34.1	1.318.0	26.0
Total	1.941.4	100.0	3.118.3	100.0	5.059.7	100.0

Cuadro No.29
JEFES DE HOGAR POR NIVEL OCUPACIONAL Y AREAS

Ocupación del jefe del hogar	Rural		Urbano		Total	
	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o	P.E.A.	o/o
Profesionales técnicos	8	0.2	204	3.7	212	2.3
Profesionales no técnicos	17	0.5	316	5.8	333	3.7
Dir. funcionarios públicos	6	0.2	96	1.7	102	1.1
Personal administrativo y similares	22	0.6	480	8.8	502	5.6
Comerciantes, vendedores	117	3.3	947	17.3	1.064	11.8
Trabajadores de servicios	129	3.6	600	10.9	729	8.1
Trabajadores agrícolas						
forestales	2.789	78.5	608	11.1	3.397	37.6
Obreros no agrícolas	181	5.1	553	10.1	734	8.1
Artesanos y operarios	65	1.8	611	11.1	676	7.5
Jornaleros y conductores	219	6.2	1.068	19.5	1.287	14.2
Gran Total	3.553	100.0	5.483	100.0	9.036	100.0

Cuadro No.30
INGRESOS DE JEFES DE HOGAR POR NIVEL OCUPACIONAL Y AREAS

Ocupación del jefe del hogar	Rural		Urbano		Total	
	Total ingresos (miles)	o/o de ingresos	Total ingresos (miles)	o/o de ingresos	Total ingresos (miles)	o/o de ingresos
Profesionales técnicos	50.5	1.7	1.111.5	9.1	1.162.0	7.6
Profesionales no técnicos	22.3	0.7	1.355.0	11.0	1.377.3	9.0
Dir. funcionarios públicos	51.3	1.7	656.5	5.3	707.8	4.6
Personal administrativo y similares	37.7	1.2	1.556.3	12.7	1.594.0	10.4
Comerciantes, vendedores	115.5	3.8	2.462.8	20.1	2.578.3	16.8
Trabajadores de servicios	110.5	3.6	865.0	7.1	975.5	6.4
Trabajadores agrícolas forestales	2.219.7	72.6	858.3	7.0	3.078.0	20.1
Obreros no agrícolas	171.5	5.6	766.8	6.2	938.3	6.1
Artesanos y operarios	64.7	2.1	1.019.8	8.3	1.084.5	7.1
Jornaleros y conductores	213.0	7.0	1.619.0	13.2	1.832.0	11.9
Total	3.056.7	100.0	2.271.0	100.0	15.327.7	100.0

Cuadro No.31
JEFES DE HOGAR POR NIVEL OCUPACIONAL Y AREAS

Ocupación del jefe del hogar	(Expansión de la muestra (Miles))					
	Area rural		Area urbana		Total nacional	
	Jefes de hogar	o/o	Jefes de hogar	o/o	Jefes de hogar	o/o
Profesionales técnicos	2.7	0.2	69.0	3.7	71.7	2.4
Profesionales no técnicos	5.7	0.5	106.6	5.8	112.3	3.6
Dir. funcionarios públicos	2.0	0.2	32.5	1.7	34.5	1.1
Personal administrativo y similares	7.4	0.6	162.2	8.8	169.6	5.6
Comerciantes, vendedores	39.6	3.3	319.9	17.3	359.5	11.8
Trabajadores de servicios	43.6	3.6	202.7	10.9	246.3	8.1
Trabajadores agrícolas forestales	941.8	78.5	205.3	11.1	1.147.1	37.6
Obreros no agrícolas	61.1	5.1	186.7	10.1	247.8	8.1
Artisanos y operarios	22.0	1.8	206.3	11.1	228.3	7.5
Jornaleros y conductores	74.0	6.2	360.6	19.5	434.6	14.2
Gran Total	1.199.9	100.0	1.851.8	100.0	3.051.7	100.0

Cuadro No.32
INGRESO PROMEDIO MENSUAL Y COEFICIENTES DE CONCENTRACION
DE JEFES DE HOGAR POR NIVEL OCUPACIONAL Y AREAS

Ocupación del jefe del hogar	Rural		Urbana		Total	
	Ingreso promedio	Coefficiente de concentración	Ingreso promedio	Coefficiente de concentración	Ingreso promedio	Coefficiente de concentración
Profesionales técnicos	6.313	0.756	5.449	0.473	5.481	0.473
Profesionales no técnicos	1.309	0.184	4.288	0.472	4.136	0.480
Dir. funcionarios públicos	8.542	0.506	6.839	0.452	6.939	0.457
Personal Admivo. y Similares	1.716	0.510	3.242	0.457	3.175	0.461
Comerciantes, vendedores	987	0.485	2.601	0.563	2.423	0.570
Trabajadores de servicios	857	0.455	1.442	0.445	1.338	0.458
Trabajadores agrícolas forestales	796	0.465	1.412	0.555	910	0.500
Obreros no agrícolas	948	0.519	1.387	0.467	1.278	0.487
Artesano y operarios	996	0.427	1.669	0.413	1.604	0.420
Jornaleros y conductores	973	0.408	1.516	0.416	1.423	0.424

3. RESUMEN Y CONCLUSIONES

1. Con respecto al nivel ocupacional de las personas económicamente activas, se observan marcadas diferencias en los niveles de ingreso, con altas concentraciones, en especial para los comerciantes y vendedores. Ellas reflejan la desigualdad de la distribución de ingreso existente en el país, con grandes variaciones en remuneraciones promedias de los ocupados: Mientras los obreros agrícolas y los no agrícolas y los trabajadores de los servicios tienen ingresos que escasamente llegan a los \$700.00 mensuales, los directores y funcionarios públicos superiores tienen ingresos diez veces más altos, ya que en promedio llegan a los \$7.000.
2. Al parecer, se ha operado un cambio en la estructura de la población económicamente activa por actividades, aunque él no se ha manifestado en aumentos de productividad en los diferentes sectores. La mayor concentración de ingresos se advierte en la rama de comercio, restaurantes, hoteles, etc., que indica la existencia de pocos establecimientos con grandes utilidades, frente a una gran cantidad con pequeñas o modestas ganancias. Por otra parte, es también notoria la diferencia entre los ingresos promedios por actividades, pues mientras el ingreso en la actividad financiera (bancos, seguro, etc.) es de \$2.568.00 mensuales, en la actividad agrícolas el ingreso es menos de la cuarta parte del primero (\$613 mensuales).
3. En cuanto a la posición ocupacional de la fuerza de trabajo, es notoria la alta concentración de los ingresos del grupo empleadores, la más alta encontrada en el presente estudio (0.62), lo cual indica que mientras existe un gran número de pequeños empleadores, con bajos ingresos, hay un reducido número de grandes empresarios con altos ingresos. En cambio, la situación de los obreros es más o menos uniforme para todos; no existe concentración de ingresos en este grupo (0.37) y su bajo ingreso promedio de \$611 mensuales indica la pobreza en que vive este grupo de ocupados en el que por lo general se encuentran familias muy numerosas.
4. Al analizar la distribución de los ingresos de los jefes de hogar (que constituye el 65 por ciento del total de la fuerza de trabajo) por nivel educacional, se encuentra una alta desigualdad, especialmente en el área rural. Es visible la influencia del grado de educación en el nivel de ingresos; sin embargo, ocupados con sólo educación primaria, secundaria o parte de ellas perciben altos ingresos, a veces superiores a los de ocupados con educación universitaria, sobre todo por estar desempeñando cargos de directores y funcionarios públicos superiores, o por que obtienen sus ingresos como remuneración de capital.
5. La participación de la mujer en la fuerza de trabajo se ha incrementado en los últimos años (en 1964 constituían alrededor del 20 por ciento y en 1970 pasan a ser el 26 por ciento de la P.E.A). Sin embargo, el grande la diferencia entre sus ingresos promedios (\$771) y el de los hombres (\$1.158.00), y más aún en el área urbana, donde los hombres tienen casi el doble de ingresos promedios (\$1.609.00 frente a \$857.00).

6. Son muy notorias las diferencias de ingresos entre las áreas urbana y rural, con una concentración mayor en la primera de ellas; mientras el ingreso mensual promedio es de \$1.356.00 en el área urbana, en la rural el ingreso no alcanza a ser la mitad (\$586.00). Esto hace ver la baja productividad agrícola que predomina en el campo.
7. Se presentan diferencias en los niveles de ingreso por regiones, aunque sin grandes contrastes entre las respectivas distribuciones. La más alta concentración de ingresos se encuentra en la región del Atlántico; a su vez, ésta y la región de Bogotá, D.E., presentan los ingresos promedios más altos (\$1.085.00 y \$1.689.00, respectivamente). En la región Oriental se registra el ingreso más bajo (\$817.00).
8. Los jefes de hogar tienen ingresos muy por encima del total de ocupados; mientras éstos tienen \$2.270,00 en promedio total (\$1.717.00 urbano y \$863.00 rural), los ocupados perciben \$1.061 total (\$1.158.00, urbano y \$771 rural).

Analizando las características de la P.E.A. que declara ingresos, se puede afirmar que las causas para que exista una desigual distribución de ingresos en Colombia son, entre otras, las siguientes:

- a) La alta concentración existente en la propiedad de los factores de producción (especialmente capital y tierra) que se evidencia al analizar las actividades u ocupaciones que tienen una alta participación de estos factores, y en las cuales se acentúa la desigualdad de los ingresos (minería, comercio, industria, construcción). Tanto la tierra productiva como el capital son relativamente escasos en el país.
- b) La mala distribución del capital humano que conforma la fuerza de trabajo, reflejada en gran parte por la desigual distribución de la educación uno de los más importantes componentes de la inversión en capital humano. La fuerza de trabajo es relativamente abundante en Colombia.
- c) La imperfecciones de las relaciones entre oferta y demanda de trabajo, determinadas especialmente por la estructura socio-económica del país.

APENDICE No. 2 (*)

Se presenta a continuación la demostración matemática de las principales fórmulas y funciones empleadas en el presente "Análisis Econométrico de la Distribución del Ingreso". No se incluyen las demostraciones de los métodos utilizados sobre estadística matemática los cuales pueden ser consultados en cualquier buen texto que verse sobre la materia.

1 DISTRIBUCION DE PARETO (Ref. Capítulo II)

1.1 Definición: Se dice que una variable aleatoria Y tiene distribución de Pareto si su función de distribución acumulativa es de la forma.

$$F(Y) = \begin{cases} 0 & \text{Si } Y < Y_0 \\ 1 - \frac{K}{Y^\beta} & \text{Si } Y_0 \leq Y < \infty \end{cases} \quad (1)$$

donde tanto β como Y_0 son parámetros positivos.

Para determinar la constante K se aplica la definición de función de distribución con lo cual se tiene que:

$$P_r [Y < Y_0] = 0 = F(Y_0) \quad (2)$$

Por otra parte

$$F(Y_0) = 1 - K/Y_0^\beta \quad (3)$$

Igualando las expresiones (2) y (3) se tiene

$$K = Y_0^\beta \quad (4)$$

La función queda completamente definida si se conocen Y_0 y β que para el caso de las distribuciones consideradas constituyen el ingreso mínimo y el coeficiente de Pareto, respectivamente. La función de distribución es entonces.

(*) Preparado por Jairo Arias bajo la dirección del autor.

$$F(Y) = \begin{cases} 0 & \text{Si } Y < Y_0 \\ 1 - \left(\frac{Y_0}{Y}\right)^\beta & \text{Si } Y_0 \leq Y < \infty \end{cases} \quad (5)$$

La función de densidad de probabilidad. $f(Y)$ es la derivada de la función de distribución $F(Y)$. Por lo tanto:

$$F'(Y) = f(Y) = \begin{cases} 0 & \text{Si } Y < Y_0 \\ 0 + \frac{\beta K}{Y^{\beta+1}} = \frac{\beta (Y_0)^\beta}{Y^{\beta+1}} & \text{Si } Y_0 \leq Y < \infty \end{cases} \quad (6)$$

1.2 Momentos de la distribución de Pareto: Aplicando el concepto de esperanza matemática de una variable aleatoria el momento de orden r de la distribución de Pareto viene dado por:

$$E[Y^r] = \int_{Y_0}^{\infty} Y^r f(y) dy = \int_{Y_0}^{\infty} Y^r \frac{\beta Y_0^\beta}{Y^{\beta+1}} dy$$

Con lo cual

$$E[Y^r] = \beta Y_0 \int_{Y_0}^{\infty} Y^{(r-\beta-1)} dY = \frac{\beta Y_0^r}{\beta-r} \quad (7)$$

Para que el momento de orden r exista es necesario que $\beta > r$

La media o esperanza matemática será entonces:

$$E[Y] = \frac{\beta Y_0}{\beta-1}$$

La varianza será:

$$\text{Var}[Y] = E[Y^2] - (E[Y])^2 = \frac{\beta Y_0^2}{\beta-2} - \frac{\beta^2 Y_0^2}{(\beta-1)^2} \quad (8)$$

$$\text{Var}[Y] = \frac{\beta Y_0^2}{(\beta-2)(\beta-1)^2} \quad (9)$$

Se observa que existe límite finito para el ingreso promedio si $\beta > 1$ lo cual corresponde a la primera condición impuesta a la distribución de Pareto. Por otra parte la varianza existe solo si $\beta > 2$.

En la ecuación (5) la función de distribución se expresa como:

$$F(Y) = 1 - Y_0^\beta Y^{-\beta}$$

Donde $F(Y)$ es el porcentaje de unidades receptoras con un ingreso menor o igual al nivel Y . Una expresión análoga a la ecuación (5) es la ecuación.

$$X = \alpha Y^{-\beta}$$

que corresponde a la ecuación (2) del capítulo II, punto 2, donde X es el porcentaje de unidades receptoras con un ingreso mayor o igual al nivel Y , esto es

$$X = 1 - F(Y) \quad \text{y} \quad \alpha = Y_0^\beta$$

1.3 Estimación de la Función: Para que la función quede perfectamente determinada es necesario conocer el parámetro β . Este parámetro puede ser estimado a partir de los datos de una muestra u otra fuente y mediante los métodos de regresión mínimo cuadrática o por el método de los cuantiles. (Cap. II, 2).

2 DISTRIBUCION DE LORENZ (Ref. Capítulo III)

2.1 Definición: La curva de Lorenz relaciona la proporción acumulativa de los ingresos de la comunidad con la proporción acumulativa de las unidades receptoras de ingreso.

Si $Z =$ Fracción acumulativa de ingreso
 $W =$ Fracción acumulativa de unidades receptoras de ingreso

La función de Lorenz, cuya relación es de la forma

$$Z = f(W)$$

Puede ser deducida aprovechando las propiedades de la distribución de Pareto como sigue: a) La fracción acumulativa de unidades receptoras de ingreso con un ingreso menor o igual a un nivel dado de ingreso Y_x se puede expresar como:

$$W_x = P_r [Y \leq Y_x] = \int_{Y_0}^{Y_x} f(Y) dY = \int_{Y_0}^{Y_x} \frac{Y_0^\beta Y^{-\beta}}{Y^{\beta+1}} dY$$

$$W_x = \frac{\beta Y_0^\beta Y^{-\beta}}{-\beta} \bigg|_{Y_0}^{Y_x} = 1 - \left(\frac{Y_x}{Y_0} \right)^{-\beta} \quad (10)$$

Expresión esta que corresponde a la ecuación (15) (Cap. II, punto/2.b)

b) La fracción acumulativa de ingreso recibido por aquellas unidades receptoras con un nivel de ingreso menor o igual a Y_x es:

$$Z_x = \frac{\int_{Y_0}^{Y_x} Y f(y) dy}{\int_{Y_0}^{+\infty} Y f(y) dy} \quad (11)$$

$$\frac{\int_{Y_0}^{Y_x} Y \frac{\beta Y_0^\beta}{Y^{\beta+1}} dy}{\int_{Y_0}^{+\infty} Y \frac{\beta Y_0^\beta}{Y^{\beta+1}} dy} = \frac{\frac{\beta Y_0^\beta}{1-\beta} Y^{-\beta+1} \Big|_{Y_0}^{Y_x}}{\frac{\beta Y_0^\beta}{1-\beta} Y^{-\beta+1} \Big|_{Y_0}^{+\infty}} = 1 - \left[\frac{Y_x}{Y_0} \right]^{1-\beta}$$

La relación es válida si $\beta > 1$ (Ver expresión equivalente (16) Capítulo II, punto 2.c).

Si $M = Y_x / Y_0$, el punto de la curva de Lorenz $(Z, W)_x$ que corresponde a un Y_x dado es:

$$Z = 1 - (M)^{1-\beta} \quad y \quad W = 1 - (M)^{-\beta} \quad (12)$$

De donde:

$$M = (1 - Z)^{1/(1-\beta)} \quad (13)$$

$$M = (1 - W)^{-1/\beta} \quad (14)$$

Igualando (13) y (14):

$$(1 - Z)^{1/(1-\beta)} = (1 - W)^{-1/\beta} \quad (15)$$

De donde se obtiene la curva de Lorenz que expresa a Z en función de W :

$$Z = 1 - (1 - W)^{1-1/\beta} \quad (16)$$

Desde luego al desconocer β se emplea el estimador b.

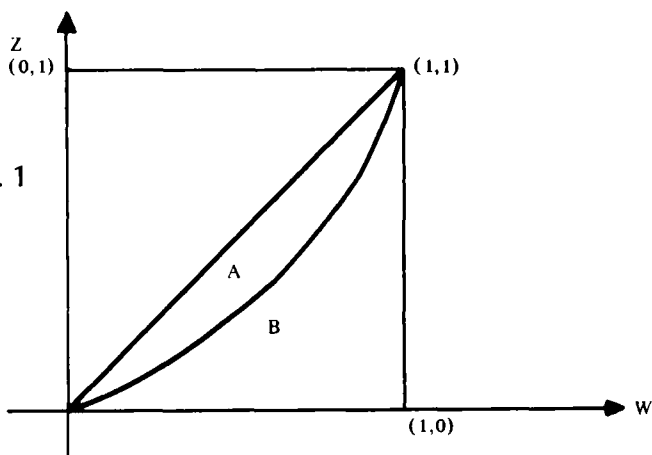
3. COEFICIENTE DE GINI: (Ref. Capítulo IV)

Partiendo de la representación de la curva de Lorenz (ver gráfico 1 para ilustración), el coeficiente de Gini se define como la relación existente entre el área comprendida entre la línea de equidistribución y la curva de Lorenz con respecto al área encerrada entre la misma línea de equidistribución y los ejes que indican la total desigualdad de ingresos.

Si se llama A el área entre la diagonal y la curva de Lorenz y B al área bajo esta curva (Ver gráfico 1), el coeficiente de Gini viene expresado por:

$$G = \frac{A}{A+B} \quad (17)$$

GRAFICO No. 1



Como el área del cuadrado (0,0; 0,1; 1,0; 1,1) es igual a la unidad, el área bajo la diagonal es igual a 0.5; o sea $A + B = 0.5$. Por lo tanto el coeficiente de Gini viene dado por:

$$G = \frac{0.5 - B}{0.5} \quad (18)$$

B es entonces el valor de la integral de la curva de Lorenz (Cap III, punto 1, función (23) desde $W_1 = 0.0$ hasta $W_2 = 1.0$; esto es:

$$B = \int_0^1 1 - (1-W)^{1-1/\beta} dW \quad ((19)$$

En forma indefinida la integral es.

$$\int 1 - (1-W)^{1-1/\beta} dW = W + \left[\frac{1}{2-1/b} \right] [1-W]^{2-1/\beta} \quad (20)$$

Evaluando esta integral indefinida y considerando a b como estimador de β se tiene:

$$B = 1 - \frac{1}{2-1/b} \quad (21)$$

Reemplazando este valor en (18), se observa que el coeficiente de concentración de Gini es igual a:

$$(28) \quad G = \frac{1}{2b-1} \quad (22)$$

Equivalente a expresión
(29) Cap. IV punto 4.

Nótese que si b tiende a infinito G se aproxima a cero mostrando perfecta igualdad en la distribución del ingreso. Pero si b se aproxima a 1, G tiende también a 1 indicando absoluta desigualdad en la distribución del ingreso.

4. DISTRIBUCION LOGARITMICO-NORMAL

4.1 Definición: Se dice que una variable aleatoria Y tiene distribución log-normal si tiene como función de densidad:

$$f(Y) = \begin{cases} 0 & \text{Si } Y \leq 0 \\ \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{\log Y - \mu}{\sigma} \right]^2} & \text{Si } Y > 0 \end{cases} \quad (23)$$

donde μ y σ son parámetros positivos. La integral sobre todo el rango de ingreso es igual a la unidad y la integral desde menos infinito hasta un nivel de ingreso dado Y^* (v. g. $\log Y^* = Y^*$) es igual a la probabilidad de que una familia pueda recibir un ingreso menor o igual al nivel Y^* .

Si se hace el cambio de variable

$$Z = \frac{\log Y - \mu}{\sigma} \quad (24)$$

se logra la distribución normal reducida ($n(0,1)$) lo cual permite utilizar las conocidas tablas de la distribución normal [3]

4.2 Estimación de parámetros: Para que la distribución quede perfectamente definida es necesario conocer los parámetros μ y σ los cuales pueden ser estimados a partir de los datos muestrales. Se discuten a continuación dos métodos de estimación.

4.2.1 Estimadores de máxima verosimilitud. Si se han tomado n observaciones muestrales $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ que provienen de una población con distribución log-normal la función de verosimilitud que corresponde es:

$$f(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(\log Y_i - \mu)^2}{\sigma^2}} \quad (25)$$

El logaritmo de la función de verosimilitud será

$$\text{Lg } f(Y_1, \dots, Y_n) = -n \lg \sigma - \frac{n}{2} \lg(2\pi) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\log Y_i - \mu)^2 \quad (26)$$

Derivando con respecto a μ , el estimador máximo verosímil de μ es

$$\frac{\partial \lg f(Y_1, \dots, Y_n)}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\log Y_i - \mu) = \frac{1}{\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n \log Y_i - n\mu \right]$$

Igualando a cero para hallar el máximo se tiene que

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log Y_i \quad (27)$$

(Equivalente a expresión (36), Cap. VI, punto 3).

Para hallar el estimador máximo verosímil de σ se deriva (26) con respecto a σ , obteniéndose:

$$\frac{\partial \ln f(Y_1, \dots, Y_n)}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} + \sum_{i=1}^n (\log Y_i - \mu) \frac{1}{\sigma^3}$$

Igualando a cero y despejando σ se tiene finalmente:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\log Y_i - \mu)^2 \quad (28)$$

(Equivalente a expresión (37), Cap. VI punto 3).

En el texto se emplea la expresión:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\log Y_i - \mu)^2 \quad (29)$$

4.2.2 Estimaciones por el método de cuartiles. Para este caso se consideran dos cuartiles Q_1 y Q_2 que miden la proporción de unidades receptoras con un ingreso menor o igual a los niveles Y_1 y Y_2 respectivamente. Para todo cuartil Q : existe un

número Z de la distribución normal reducida para el cual la probabilidad de que una variable $n(0,1)$ pueda tomar un valor menor que " Z " es " Q ". Por ejemplo para $Q=0.25$, el valor de Z es 0.67.

Haciendo uso de la transformación reducida (30) (Ver Cap. VI, punto 3.2,b), con $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}$ como estimadores de μ y σ respectivamente, para un nivel de ingreso Y_i al cual corresponde un cuartil Q_i se cumple la ecuación:

$$\log Y_i = \hat{\mu} + \hat{\sigma} Z_i \quad (30)$$

Si $Q_i = 0.5$, Z_i sería igual a cero y $\log Y_i = \mu$. Para $Q_i < 0.5$, el segundo término de (30) será negativo con lo cual $\log Y_i < \mu$, etc.

Usando dos cuartiles Q_1 y Q_2 que corresponde a los ingresos Y_1 y Y_2 se tiene:

$$\log Y_1 = \hat{\mu} + \hat{\sigma} Z_1 \quad (31)$$

$$\log Y_2 = \hat{\mu} + \hat{\sigma} Z_2$$

De donde:

$$\hat{\sigma}(Z_1 - Z_2) = \log Y_1 - \log Y_2 \quad (32)$$

$$y \quad \hat{\sigma} = \frac{\log Y_1 - \log Y_2}{Z_1 - Z_2} \quad (33)$$

Resolviendo el sistema (31) para μ se tiene:

$$2\hat{\mu} = \log Y_1 + \log Y_2 - \hat{\sigma}(Z_1 + Z_2)$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{2} \left[\log Y_1 + \log Y_2 - \frac{\log Y_1 - \log Y_2}{Z_1 - Z_2} (Z_1 + Z_2) \right]$$

$$\hat{\mu} = \frac{Z_1 \log Y_2 - Z_2 \log Y_1}{Z_1 - Z_2} \quad (34)$$

La combinación de cuartiles con los cuales se obtiene máxima eficiencia en la estimación de μ es: $Q_1 = 0.27$ y $Q_2 = 0.73$.

Conocidos los valores de $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}$ pueden estimarse los puntos Z_i que corresponden a los porcentajes de unidades receptoras de un ingreso dado. (Ver cap. VI, puntos 3, 2, b y 4).

REFERENCIAS

- [1] Pareto V.- "Course d'economie politique." Lausanne. 1896.
- [2] Klein, Lawrence R. "Introducción a la Econometría" Edit. Aguilar S.A. 1968.
- [3] Mood y Graybill. "Introducción a la Estadística Matemática" Edit. Aguilar S.A. 1968.
- [4] Johnston J. - "Econometric Methods", International Student Edition -J. Wiley Edit. -N.Y. 1960.
- [5] Cline William R.- "The Potential Effect of Income Redistribution on Economic Growth in Six Latin American Countries". AID 1969.
- [6] Spiegel Murray.- "Theory and Problems of Statistics" S.P.C.
- [7] DANE "Encuesta de hogares de Colombia 1970" Edit. Junio 1971.
- [8] Córdova Polibio.- "Distribución de Ingresos en Colombia". Edit. DANE "Boletín Mensual de Estadística No. 237, Abril 1971. pp. 57-95.
- [9] Secretaría General de Planeación de la Junta Nacional de Planificación y Coordinación "Encuesta de Hogares del Area Urbana 1968" Quito, Ecuador 1968.
- [10] Lorenz M. C.- "Methods of Measuring the Concentration of Wealth". Publicaciones de la American Statistical Association. Vol. 9, pp. 209-1.219 Nuevas Series, 1905.
- [11] Gini Corrado - "On the Measure of Concentration with Especial Reference to Income and Wealth". Cowles Commision, 1936.
- [12] Bowman, Mary J.- "A. Graphical Analisis of Personal Income Distribution in the United States". American Economic Review. Volumen XXXV, No. 4 1945 páginas 607-628.
- [13] Durand David.- "A. Simple Method for Estimating the Size Distribution of a Given Aggregate Income", Rev. Econ. Stat. Vol XXV, No. 4 (Nov. 1943), pp. 227-30.
- [14] J. Durbin and G.S. Watson.- "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression" Biometrika, Vol 37, 1950, pp 409-28 y Biometrika, Vol. 38, 1951 pp 159-178.
- [15] CEPAL. Centro Latinoamericano de Proyecciones Económicas. "Modelos Analíticos para el estudio de la desigualdad en la distribución del ingreso". Borrador para discusión. Julio, 1971.
- [16] Universidad Católica Instituto de Investigaciones Económicas. Quito. ECUADOR Encuesta de Presupuestos Familiares. 1968. Elaboraciones tesis doctoral Polibio Córdova, Universidad de Michigan.
- [17] Morgan J.- "Anatomía de la Distribución del Ingreso". DANE No. 237, abril 1971, Trad. del original publicado en Review of Economics and Statistics, August 1962.
- [18] Feller, W.- "An Introduction to Probability Theory and its applications.". J. Wiley. 1965.
- [19] Lancaster, H.- "The Chi-squared Distribution" Edit. John Wiley and Sons, New York, 1959.
- [20] Aitchison J. y Brown J.A.C.- "The Lognormal Distribution".- Cambridge- Cambridge University Press, 1957.

- [21] Kuznets, Simon.- "Economic Growth and Income Inequality".- American Economic Review. No. 45. March 1955.
- [22] Kuznets, Simon.- "Quantitative Aspects of the Economic Growth of Nations: VIII, Distribution of Income by Size".- Economic Development and Cultural Change, II.- January 1963, Part. III.
- [23] Scitovsky, Tibor.- "A. Survey of Some Theories of Income Distribution", publicado en "The Behaviors of Income Shares", National Bureau of Economic Research, Studies in Income and Wealth, V. 27. Princeton. Princeton University Press 1964.
- [24] Quandt, R.E.- "Old and New Methods of Estimation and the Pareto Distribution".- Metrika, Vol. 10. Fasc. I. 1966.
- [25] Tinbergen, J.- "On the Theory of Income Distribution".- Weltwirtschaftliches Archiv 77 (Kiel). Fascículo 2.
- [26] Brady, Dorothy.- "Measurement and Interpretation of the Income Distribution in the United States".- Income and Wealth Series VI.- International Association for Research in Income and Wealth. Edit. Bowes & Bowes - Londres 1957.
- [27] Champernowne, D.G.- "The Graduation of Income Distributions" - Econometrica, 20. p. 59.-1952.
- [28] Martić, L.- "A. Geometrical Note on New Income Inequality Measures".- Econometrica, Vol 38, P. 936-1970.
- [29] Miguel Urrutia: "Reseña de los estudios de distribución de ingresos en Colombia". Revista del Banco de la República, Febrero, 1970.
- [30] Tentativa de distribución de producto bruto interno de Colombia por secciones administrativas del país (1964-Bogotá, Naciones Unidas, Programa de Asistencia Técnica, 1966).
- [31] Albert Berry y Alfonso Padilla. DANE. Boletín Mensual de Estadística. Enero 1971.
- [32] Miguel Urrutia y Clara Elsa de Sandoval - Revista del Banco de la República, Septiembre 1969 y Junio de 1970.
- [33] Barbancho, A.G.: Fundamentos y posibilidades de la Econometría.- Colección Zetein.- Edit. Ariel.- Barcelona, España. 1969.
- [34] Valavanis, S.: Econometrics. Mc. Graw-Hill, Nueva York 1959, p. 1
- [35] Marshall, A.: The Old Generation of Economists and the New. Quarterly Journal of Economics, 1897.
- [36] Arrow, K. J.: Ragnar Frisch and the founding of the econometric society. Econometrica, 1960.
- [37] Fossati, E.: Introduzione di calcolo statistico alla econometría. 1958.
- [38] Tintner, G.: Econometrics. J. Wiley. Nueva York, 1952.
- [39] Theil, Henry: Studies in Mathematical and Managerial Economics. Applied Economic Forecasting. North Holland Publishing Co. 1966.
- [40] Pinto, Aníbal: Notas sobre la Distribución del Ingreso y la Estrategia de la Redistribución. Economía 21 (77-78), -Santiago, Chile. 1962.

BIBLIOGRAFIA Y FUENTES DE INFORMACION POR PAISES (*)

1. Argentina (1961)

Naciones Unidas. – *“El Desarrollo Económico y la Distribución de Ingreso en la Argentina”*. – CEPAL. Naciones Unidas E/CN 12/802, New York 1969.

2. Bolivia (1968)

Secretaría Nacional de Planeación –AID. Trabajo de Rolando Sanz Guerrero.

3. Brasil (1960)

3.1 Naciones Unidas. CEPAL. *“Economic Survey of Latin America” 1969, 3a. Parte.* [D]

3.2 Fundação IBGE. *“Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios”*. Río de Janeiro, 1968.

4. Burma (1958)

Departamento Central de Estadística Y Economía. Gobierno de la Unión de Burma. *“Report on the 1958 Survey of Household Expenditure in Rangoon”*, Series ajustadas sobre la base de estadísticas de Cuentas Nacionales que reflejan la distribución rural de ingresos. [E]

5. Ceylan (1963)

Encuesta de Finanzas del Consumidor, 1963. – Banco Central de Ceylán, Departamento de Investigaciones Económicas. Colombo. 1964 P. 66. [E]

6. Colombia (1970)

Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). *“Encuesta Nacional de Hogares”*, 1970.

7. Chad (1958)

Morrison, Christian. *La Repartition Des Revenus Dans Les Pays Du Tier-Monde*, Editions Cujas, Paris 1969. [E]

8. Costa de Marfil. (1959)

Morrison, Christian. Op. Cit.

9. Costa Rica (1969)

Naciones Unidas, CEPAL. [D]

(*) Frente a cada país se indica el año al cual se refieren los datos tomados para el análisis.

10. **Chile (1968)**
 - 10.1 Naciones Unidas.- CEPAL *"Economic Survey of Latin America, 1969, Part Three, Special Studies"*.
 - 10.2 Dirección de Estadística y Censos. Chile. *"Encuesta Nacional sobre Ingresos Familiares" 1969.*
11. **Dahomey (1959)**

Morrison Christian. Op. cit.

Ecuador (1968)

 - 12.1 Junta de Planificación Encuesta de Hogares del Area Urbana. Quito, Ecuador, 1968.
 - 12.2 Universidad Católica. Instituto de Investigaciones Económicas. Quito. Encuestas de Presupuestos Familiares. Elaboraciones tesis doctoral Polibio Córdova. Universidad de Michigan, E.U.A. 1968.
13. **El Salvador (1968)**

Naciones Unidas. CEPAL. [D]
14. **España (1969)**

Anuario Estadístico 1970, Cap. VII. Pág. 286
15. **Estados Unidos (1969)**
 - 15.1 Columbia University. Income Distribution Studies. Prof. Jaffe. 1963.
 - 15.2 Univ. of Michigan. Survey Research Center. Survey of Consumer Finances. 1969.
16. **Filipinas (1961)**

Ordoneo, Eustaquio O.- *"The Pattern of Post -war Income Distribution in the Phillipines"*. Economic Research Journal, Volume XI, No. 3, Dec. 1964, P. 144. [E]
17. **Francia (1968)**

Annuaire Statistique de la France, 1969. (Resultats de 1968). Volumen 75, P. 609.
18. **Gabon (1960)**

Morrison, Christian Op. cit.
19. **Grecia (1957)**

Crockett, Jean. *"Consumer Expenditures and Incomes in Greece"*. University of Pennsylvania and Center of Planning and Economic Research, Atenas. 1967. [E]
20. **India (1956-1957)**

P.D. Ojha y V.V. Bhadr.- *"Patterns of Income Distribution in an underdeveloped Economy, A case Study of India"*. American Economic Review, September 1964, P.714.
21. **Irak (1956)**

Morrison, Christian. Op. cit

22. **Israel (1957)**
Ben-Shahar, Haim and Moshe Sandberg. "*Economic and Institutional Effects of Income Distribution: The case of Israel*". Public Finance, Vol. XXII, No. 3 1967, P. 244 [E].
23. **Jamaica (1958)**
Ahiram, A.- "*Income Distribution in Jamaica, 1958*". Social and Economic Studies, Institute of Social and Economic Research. Univ. of West Indies, Jamaica, Vol. 13 No. 3 Septiembre 1964, P.337. [E]
24. **Japón (1962)**
Ishizaki Tadao. "*The Income Distribution in Japan*". The Development Economics, Vol. 5, No. 2, Junio 1967, P 356. [E]
25. **Kenya (1961-62)**
Estimaciones sobre varias fuentes [E], tales como:
 - 25.1 Naciones Unidas Cuentas Nacionales sobre ingreso de subsistencia y participaciones funcionales
 - 25.2 Maitra, Priyatosh. "*Implications of Income Distribution for Economic Development: East Africa. A. Case Study*". Economic Affairs. Vol XIII, Nos. 1, 2. Jan-Feb. 1968. P. 87.
 - 25.3 Gobierno de Kenya División de Economía y Estadística. Ministerio de Finanzas y Desarrollo Económico. "*Reported Employment and Earnings in Kenya, 1962*".
 - 25.4 Morrison, Christian Op. cit.
26. **Libano (1955-60)**
Morrison, Christian. Op. cit.
27. **Libia.(1962)**
 - 27.1 Naciones Unidas. "*Yearbook of National Accounts*". 1968 P. 410.
 - 27.2 Naciones Unidas. "*Compendium of Social Statistics*", Series K, No. 2, 1963.
 - 27.3 Dajani, Sami W. "*Family Budget Survey in Tripoli Town, 1962*". Reino Unido de Libia, Ministerio de Economía Nacional. Oficina Central de Estadística. Tripoli. [E]
28. **Madagascar (1960)**
Morrison, Christian. Op. cit.
29. **México (1963)**
 - 29.1 Naciones Unidas. CEPAL. [D]
 - 29.2 Banco de México, S.A. "*Encuesta sobre Ingresos y Gastos Familiares en Méjico. - 1963*". Oficina de Estudios sobre Proyecciones Agrícolas. México, 1966.
 - 29.3 Secretaría de Industria y Comercio. Dirección General de Muestreo. "*Ingresos y Egresos de la Población de Méjico. Investigaciones por Muestreo, Julio de 1958*". México, 1960.

30. Marruecos (1965)

Lazrag, Abderrazak.— *"Les Salaries dans le 1955 a 1966"*, Bulletin Economique et Social du Maroc, XXIX, 106–107 Juillet–Decembre, 1967. [E]

31. Niger (1960)

Morrison, Christian. Op. cit.

32. Nigeria (1959)

Marchal, Jean y Bernard Ducros *"The Distribution of National Income"*. St. Martin's Press. New York, 1968. P. 405. [E]

33. Pakistan (1963–64)

Dehjom. *"Personal Income Distribution and Personal Savings in Pakistan, 1963–64"*. Pakistan Development Review, Summer, 1967. [E]

34. Panamá (1969)

Naciones Unidas. CEPAL [D]

35. Perú (1961)

35.1 Naciones Unidas. CEPAL. [D]

35.2 Ministerio del Trabajo. Servicio del Empleo y Recursos Humanos. Centro de Investigaciones Sociales por Muestreo. CISM. Encuestas por Muestreo. 1967.

35.3 Cha, David. *"Income Distribution, 1961"*. Instituto Nacional de Planificación [E]

36. Puerto Rico (1963)

Columbia University. Income Distribution Studies. Op. cit.

37. República Federal Alemana (1969)

Anuario Estadístico de Alemania. 1970. P. 148

38. Rhodesia (1946)

Morrison, Christian. Op. cit.

39. Senegal (1960)

Morrison, Christian Op. cit.

40. Sierra Leona (1968)

Sierra Leone Household Survey. Africa. Research Bulletin. Febrero 1968. P. 917.

41. Sur Africa (1965)

41.1 Naciones Unidas Yearbooks of National Accounts.

41.2 Naciones Unidas. Yearbooks of Demographic Statistics.

- 41.3 Republic of South Africa. Bureau of Statistics. "*Report No. 11-06-03. Survey of Family Expenditure. Ten Principal Urban Areas and the Urban Areas of the Vaal Triangle and the Orange Free State Gold Fields. November, 1966. Family Income*". [E]
- 41.4 Feldmann-Laschin, G.R. F.E. Radel and C. De Coning. "*Income and Expenditure Patterns of Coloured Household Cape Peninsula*." Bureau of Market Research. University of South Africa. Pretoria, 1965. [E]
42. Sudan (1969)

República del Sudan. Departamento de Estadística. "*omdurman Household Budget Survey*". P. 24. [E]
43. Surinam (1962)

Algemeen Bureau Voor de Statistiek. "*Surinam in Figures, No. 44*". March 1967, P.3. [E]
44. Tanzania (1964)

44.1 Priyatosh, Maitra. "*Implications of Income Distribution for Economic Development: East Africa. A Case Study*". PP. 96-97 [E]
- 44.2 Smith, Hadley E. - "*Readings on Economic Development and Administration in Tanzania*". IPA, Dar Es Salaam, No. 4. Table 1. [E]
45. Trinidad y Tobago (1965)

Miller, Nugent, - "*Some Observations on the Income Distribution of Trinidad and Tobago*", Income Earnings of Individuals by Sex IN 1-1. Continuous Sample Survey of Population. Publication No. 6, P. IX, P.1 (Urban paid employees). [E]
46. Tunez (1971)

Duwaji Ghazi "*Economic Development in Tunisia*", Frederick A. Praeger. New Yor, P. 189. [E]
47. Venezuela (1962)

47.1 República de Venezuela. Oficina Central de Coordinación y Planificación de la Presidencia de la República. "*Primera Encuesta Nacional de Ingresos y gastos Familiares en Venezuela. Segundo Semestre de 1962*". Documento 5. Caracas 1964.
- 47.2 Naciones Unidas. CEPAL. [D]
48. Yugoslavia (1964)

National Statistics. B. Sefer, Zivotni Standard i Privredin rasvoj Yugoelavigi Belgrade, November 1964. National Incomes in Postwar Europe 1967.
49. Zambia (1959)

Baldwin, Robert E. "*Economic Development and Export Growth. A Study of Northern Rhodesia. 1920-1960*". University of California Press. Berkeley and Los Angeles, 1966. P. 46. [E]

REFERENCIAS SOBRE BIBLIOGRAFIA Y FUENTES DE INFORMACION

A. Naciones Unidas:

"Ingreso Nacional y su distribución en países menos desarrollados."

Series estadísticas, Serie E, No. 3, New York, 1951.

B. Naciones Unidas:

"Estadísticas de la distribución del ingreso personal"

Consejo Económico y Social, 1957.

C. Naciones Unidas:

"El Desarrollo Económico de Latinoamérica en el período de la Post-guerra New York, 1964."

D. Naciones Unidas:

CEPAL, *"Economic Survey of Latin América"* 1969, Part Three. Special Studies E/CN, 12/AC.62/2/Add.2

E. Agencia Internacional del Desarrollo (AID):

"An Anatomy of Patterns of Income Distribution in Developing nations."

Por Irma Adelman (Northwestern University) y Cynthia Taft Morris (The American University), February 12, 1971. La parte III contiene además de relevante información por países amplia bibliografía sobre fuentes de información

F. Economic Bulletin For Latin America.

"Income Distribution in Latin América". Vol XII, No. 2, Octubre 1967.

INDICE

Página No.

PROLOGO

7

INTRODUCCION Y SINTESIS DEL CONTENIDO

11

I PARTE

CAPITULO I

Fuentes de información y trabajos anteriores sobre distribución de ingresos

19

1. Introducción

19

2. Las fuentes de información

19

3. Fuentes de información del presente trabajo

21

4. Trabajos anteriores sobre distribución de ingresos

22

CAPITULO II

La investigación econométrica

25

1. Diversos análisis

25

2. Papel de la econometría

26

CAPITULO III

La distribución de Pareto

28

1. Descripción

28

2. Métodos de ajuste

28

3. Cálculo de errores

30

4. Propiedades de la función de Pareto

32

5. Resultados prácticos

33

5.1 Ajustes de la función de Pareto

33

5.2 Estimaciones del ingreso promedio

35

5.3 Fracciones de ingreso y población que corresponden a un nivel cualquiera de ingreso

37

6. Gráfico de Pareto

38

Tablas y gráficos

39-58

CAPITULO IV		Pag. No.
La distribución de Lorenz		59
1.	Descripción	59
2.	Propiedades de la función de Lorenz	60
3.	Resultados prácticos – aplicaciones al caso colombiano	61
3.1	Estimación de distribución de ingresos	61
3.2	Ingreso promedio para un intervalo de ingreso cualquiera en la distribución	61
3.3	Ingreso por unidad perceptora que corresponde a un punto dado	62
4.	Aplicaciones para el caso del Ecuador	63
5.	Gráfico de Lorenz	64
5.1	Resultados prácticos Tablas y gráficos	64–66
CAPITULO V		
La función de Gini		67
1.	Descripción	67
2.	Gráfico de Gini	67
3.	Resultados prácticos	67
4.	Indice de concentración de Gini	68
4.1	Resultados prácticos Tablas y gráficos	69 70–76
CAPITULO VI		
Gráficos semi-logarítmicos		77
1.	Resultados prácticos Gráficos	77 78–79
CAPITULO VII		
Distribución logaritmo-normal		80
1.	Distribución normal	80
2.	Pruebas de asimetría y curtosis	81
3.	Distribución log-normal	82
3.1	Prueba de bondad de ajuste	83
3.2	Aplicaciones del modelo	84
a)	Ingreso promedio	84
b)	Porcentajes de unidades perceptoras de ingreso	84

	pag. No.
4. Resultados prácticos	84
4.1 Aplicaciones al caso colombiano	94
4.2 Aplicaciones al caso ecuatoriano	95
CAPITULO VIII	
Comparación de las distribuciones de Pareto y logarítmico-normal	97
1. Introducción	97
2. Comparación de resultados	97
2.1 Comparación de las estimaciones del ingreso promedio por áreas y sexos	97
2.2 Comparación de la estimación del ingreso promedio por áreas y regiones	98
3. Error cuadrático medio de las estimaciones	99
Tablas y gráficos	101-104

II PARTE

CAPITULO I

La distribución de ingresos en el ámbito internacional	107
1. Formación de grupos de países	107
2. Análisis por grupos de países	108
3. Análisis por localización geográfica de países	108
4. Estimación del coeficiente de Pareto por países	109
5. Gráfico de Lorenz	109
Tablas de resultados y gráficos	110-114

CAPITULO II

Algunas políticas de corrección de la desigual distribución de ingresos	115
1. La situación actual	115
2. Algunas causas de la concentración de ingresos	115
3. Algunas teorías y medidas sobre redistribución de ingresos	116

APENDICES

APENDICE No. 1

Resumen y Conclusiones de Análisis Previo sobre Distribución de Ingresos en Colombia.	123
1. Introducción	123
2. Cuadros de Resultados	124
3. Resumen y Conclusiones	162

APENDICE No. 2.	Pag. No.
1. Distribución de Pareto	164
1.1 Definición	164
1.2 Momentos de la Distribución de Pareto	165
1.3 Estimación de la Función	166
2. Distribución de Lorenz.	166
2.1 Definición	166
3. Coeficiente de Gini	167
4. Distribución Logarítmico—Normal	169
4.1 Definición	169
4.2 Estimación de Parámetros	169
4.2.1 Estimadores de Máxima Verosimilitud	169
4.2.2 Estimaciones por el Método de Cuartiles	170
REFERENCIAS	173
Bibliografías y Fuentes de Información por Países	175
Referencias sobre Bibliografía y Fuentes de Información	180